МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) в г. Пятигорске

**УТВЕРЖДАЮ**
Зав. кафедрой ФЭиЭ
_____________ Н.В.Баландина
«__» _____________ 202_ г.

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущей и промежуточной аттестации

| | |
|---|---|
| По дисциплине | **Алгебра** |
| Направление подготовки | 10.03.01 Информационная безопасность |
| Направленность (профиль) | Комплексная защита объектов информатизации |
| Квалификация выпускника | Бакалавр |
| Форма обучения | очная |
| Год начала обучения | 2020 |

| | | |
|---|---|---|
| Объем занятий: Итого | 144 ч. | 4 з.е. |
| В том числе аудиторных | 54 ч. | |
| Из них: | | |
| Лекций | 18 ч. | |
| Практических занятий | 36 ч. | |
| Самостоятельной работы | 54 ч. | |
| Экзамен 1 семестр | 36 ч. | |

Дата разработки: «__» ____________ 2020 г.

## Предисловие

1. Назначение для проверки знаний, умений и навыков текущего и промежуточного контроля.
2. Фонд оценочных средств текущего контроля и промежуточной аттестации на основе рабочей программы дисциплины составлен в соответствии с образовательной программой по направлению подготовки 10.03.01, утвержденной на заседании учебно-методического совета ФГАОУ ВО «СКФУ» протокол №__ от «__» ______________ 2020 г.

3. Разработчик ____________________________Казаров Б.А., доцент кафедры ФЭиЭ

4. ФОС рассмотрен и утвержден на заседании кафедры физики, электротехники и электроэнергетики
Протокол №__ от «__» _____________ 2020 г.

5. ФОС согласован с выпускающей кафедрой кафедры информационной безопасности, систем и технологий
Протокол №__ от «__» _____________ 2020 г.

6. Проведена экспертиза ФОС. Члены экспертной группы, проводившие внутреннюю экспертизу:
Председатель_____________________________________
_____________________________________________________
_____________________________________________________

Экспертное заключение: данные оценочные средства соответствует требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, рекомендуются для использования в учебном процессе.
«____»__________________________

_________________(подпись)

7. Срок действия ФОС один год.

По дисциплине **АЛГЕБРА**

Направление подготовки 10.03.01 Информационная безопасность
Направленность (профиль) Комплексная защита объектов информатизации
Квалификация выпускника Бакалавр
Форма обучения очная
Год начала обучения 2020

| Код оцениваемой компетенции (или её части) | Модуль, раздел, тема (в соответствии с Программой) | Тип контроля | Вид контроля | Компонент фонда оценочных средств | Количество заданий для каждого уровня, шт. | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | Базовый | Продвинутый |
| ОПК-2 | Темы 1-7 | текущий | письменный | Комплект разноуровневых заданий и вопросов по разделам дисциплины | 36 | 10 |
| ОПК-2 | Темы 1-7 | промежуточный | устный | Вопросы к экзамену | 44 | 13 |

Составитель _________________________ Казаров Б.А.
«____»_________________20 г

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) в г. Пятигорске

**УТВЕРЖДАЮ**
Зав. кафедрой ФЭиЭ
_____________ Н.В.Баландина
«__» _____________ 202_ г.

**Вопросы к экзамену (1 семестр)**
Базовый уровень

Знать:
1. Матрица. Основные понятия.
2. Виды матриц.
3. Определители. Основные понятия. Свойства определителей.
4. Миноры и алгебраические дополнения.
5. Невырожденная матрица. Присоединенная матрица. Транспонированная матрица. Обратная матрица.
6. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц.
7. Системы линейных уравнений. Основные понятия. Матричная запись.
8. Невырожденные системы линейных уравнений. Формулы Крамера.
9. Метод обратной матрицы.
10. Теорема Кронекера – Капелли.
11. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
12. Векторы. Основные понятия. Коллинеарные, компланарные, равные векторы.
13. Скалярное произведение векторов и его свойства.
14. Теорема о скалярном произведении векторов в координатах.
15. Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический смысл.
16. Теорема о векторном произведении векторов в координатах.
17. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл.
18. Бинарная операция.
19. Группоид.
20. Нейтральный элемент, симметричный элемент.
21. Полугруппа, группа и подгруппа. Приведите примеры.
22. Кольца. Тела. Поля. Приведите примеры.
23. Понятие комплексного числа.
24. Формы записи комплексного числа.
25. Собственное значение матрицы.
26. Собственный вектор матрицы
27. Характеристический многочлен матрицы.

Уметь:
1. Действия над матрицами.
2. Разложение определителя по элементам некоторого ряда.
3. Алгоритм вычисления матрицы, обратной данной.
4. Алгоритм вычисления ранга матрицы.
5. Решение СЛУ методом Крамера.
6. Решение СЛУ методом обратной матрицы.

7. Решение СЛУ методом Гаусса.
8. Линейные операции над векторами.
9. Сложение, вычитание, умножение, деление комплексных чисел.

Владеть:

1.Способы вычисления определителей n-го порядка.

2.Способы вычисления матрицы, обратной данной.

3. Способы вычисления ранга матрицы.

4.Решение невырожденных СЛУ.

5. Исследование СЛУ на совместность.

6.Решение произвольных СЛУ.

7.Вычисление скалярного, векторного, смешанного произведений векторов по заданным координатам.

8.Выполнение действий над комплексными числами, заданными в показательной, тригонометрической формах.

Продвинутый уровень

Знать:

1.Свойства операции транспонирования матриц.

2.Теорема Лапласа с доказательством.

3.Необходимое и достаточное условие существования обратной матрицы с доказательством.

4.Свойства решений однородной СЛУ.

5.Свойства векторов линейного пространства.

Уметь:

1.Докажите свойства операции транспонирования матриц.

2.Докажите, что ранг матрицы не изменяется при элементарных преобразованиях матрицы.

3. Пусть А – матрица. Доказать, что определитель матрицы Е-А равен 0 или 1.

4. Найти все квадратные матрицы, удовлетворяющие условию

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5.Пусть А и В квадратные матрицы с числовыми коэффициентами такие, что $A^2 = A$, $B^2 = B$, $A \cdot B = B \cdot A$. Доказать, что определитель det(A− B) может принимать только значения 0, 1, -1. Привести примеры.

Владеть:

1.Алгоритм приведения квадратичной формы к каноническому виду.

2. Запишите матрицу $(A^T)^T$

3. Определите, является ли равенство верным: $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$

## 1. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов; исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает материал; свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний; использует в ответе дополнительный материал все предусмотренные программой задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному; анализирует полученные результаты; проявляет самостоятельность при выполнении заданий.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, необходимые практические компетенции в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения достаточно высокое. Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, большинство предусмотренных программой заданий выполнено, но в них имеются ошибки, при ответе на поставленный вопрос студент допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, наблюдаются нарушения логической последовательности в изложении программного материала.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет практические работы, необходимые практические компетенции не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному.

## 2. Описание шкалы оценивания

Промежуточная аттестация в форме экзамена предусматривает проведение обязательной экзаменационной процедуры и оценивается 40 баллами из 100. Минимальное количество баллов, необходимое для допуска к экзамену, составляет 33 балла. Положительный ответ студента на экзамене оценивается рейтинговыми баллами в диапазоне от **20** до **40** (**20**$\leq S_{экз} \leq$**40**), оценка **меньше 20** баллов считается неудовлетворительной.

Шкала соответствия рейтингового балла экзамена 5-балльной системе

| Рейтинговый балл по дисциплине | Оценка по 5-балльной системе |
|---|---|
| **35 – 40** | Отлично |
| **28 – 34** | Хорошо |
| **20 – 27** | Удовлетворительно |

## 3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Процедура проведения **экзамена** осуществляется в соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования в СКФУ.

В экзаменационный билет включаются 1 теоретический вопрос и два практических задания.

Для подготовки по билету отводиться 40 мин. При подготовке к ответу студенту предоставляется право пользования справочными таблицами.

Составитель __________________________ Казаров Б.А.
(подпись)

«____»__________________2020 г.

**Оценочный лист**

| № п/п | Ф.И.О. студента | Параметры состояния образованности | | | | | | | | | Итоговый балл |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Предметно-информационная составляющая образованности | | | | Деятельностно-коммуникативная составляющая образованности | | | Ценностно-ориентационная составляющая образованности | | |
| | | Контрольно-методический срез | Общеучебные умения и навыки | | | Уровень развития устной речи | Умение работать с информацией | Грамотность | Умение использовать полученные знания в повседневной жизни | Уровень адекватности самооценки | |
| | | | Умение анализировать | Умение доказывать | Умение делать выводы | | | | | | |
| 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | |

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) в г. Пятигорске

**УТВЕРЖДАЮ**
Зав. кафедрой ФЭиЭ
_____________ Н.В.Баландина
«__» ______________ 202_ г.

## Комплект заданий и вопросов по темам дисциплины

### Базовый уровень

2 ; 1 ; 0 ; 3 **Тема 1.** 1 ; 0 ; –1 ; –2

1.Является ли следующее множество группой, кольцом, полем относительно сложения чисел и умножения чисел:

- множество действительных чисел;
- множество рациональных чисел;
- множество целых чисел;
- множество неотрицательных рациональных чисел;
- множество натуральных чисел;
- множество неотрицательных действительных чисел;
- множество четных целых чисел;
- множество неотрицательных целых чисел;
- множество простых чисел;
- множество комплексных чисел?

**Тема 2.**

1.Вычислить:

а) $\left(\sqrt{3} - \mathrm{i}\right)^8$;

б) $\left(-\sqrt{3+\mathrm{i}}\right)^3$;

в) $(-1 + \mathrm{i}\sqrt{3})^{12}$.

2. Определить модуль комплексного числа:

а) $z = 2 - 3i$; б) $z = -7 + 2i$; в) $z = 3 - 4i$; г) $z = 13 - i$; д) $z = \dfrac{-4-2i}{-3-i}$; е) $z = \dfrac{7-i}{1+7i}$.

3. Выполните арифметические действия над комплексными числами. Изобразите найденные числа на комплексной плоскости.

1.1. $\sqrt[4]{\dfrac{\left(1+\sqrt{3}i\right)^6 - 60 + 2i}{(2-i)^3 - 6 + 9i}}$.

1.2. $\sqrt[3]{\dfrac{(2-2i)^4 + 72 + 4i}{(1-2i)^2 + 5i}}$.

1.3. $\sqrt[6]{\dfrac{(2+3i)^2 - (2-3i)^2}{48\cdot(1+i)^{10}}}$.

1.4. $\sqrt[2]{\dfrac{(2-i)^2 - 3}{(-1+i)^8}}$.

**Тема 3.**

1. Даны квадратные матрицы 2–ого порядка A = ( ) и B = ( ).

Вычислите следующие выражения:
а) A+B; б) A–B.
2. Даны матрицы

A = (                                              ),    B = (                                              ),
C=(                                              ),    D = (              ),    F = ( –2 ; 3 ; 1 ) .

Вычислите следующие матричные выражения (если какая–нибудь операция не определена, объясните, почему):

а) A+B;
б) B–D;
в) A+B–C;
г) $A^T$+B;
д) $D^T$+F;
е) $F^T$+A.

3. Даны квадратные матрицы 2–ого порядка A = (          ) и B = (          ).

Вычислите следующие выражения:

а) A–2B;
б) 3A+2B;
в) 2A–4B.

4. Даны матрицы A = (                                              ),    B = (                                              ),    C = (                                              ),    D = ( –1 , 2, 3 ),    X = ( –2 ; 3 ; 1 ).

Вычислите следующие матричные выражения (если какая–нибудь операция не определена, объясните, почему):

а) 2A+B;
б) 2B–D;
в) A+2B–3C;
г) $3A^T$+B;
д) $D^T$+2X;
е) 2X–D.

5. Даны квадратные матрицы 2– ого порядка A = (          ) и B = (          )

Вычислите A·B, B·A и A·B–B·A.

6. Даны матрицы A = (                                              ),    B = (                                              ),    C = (                                              ),    D = (                          ),    F = ( –2 ; 3 ; 1 )

Вычислите следующие матричные выражения ( если какая–нибудь операция не определена, объясните, почему):

а) A·B и B·A;
б) D·C и C·D;
в) A·F и F·A;
г) D·F и F·D;
д) F·A;
е) $F^T$·A.

7.Пусть заданы матрицы A размера $m_1 \times n_1$ и B размера $m_2 \times n_2$. Какому условию должны удовлетворять числа $m_{1,2}$ и $n_{1,2}$, чтобы была определена операция сложения матриц A + B?

8.Пусть заданы матрицы A размера $m_1\times n_1$ и B размера $m_2\times n_2$. Какому условию должны удовлетворять числа $m_{1,\,2}$ и $n_{1,\,2}$, чтобы было определено произведение матриц A·B?

9. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} -5 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 4 & -1 & 5 \\ -4 & 1 & -8 & -1 \\ 3 & 2 & 6 & 2 \end{vmatrix}; \quad \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

**Тема 4.**

1.Исследовать систему линейных уравнений на совместность:

а) $\begin{cases} 2x_1 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ x_1 + x_2 - x_4 = -1, \\ -2x_2 + x_3 + 5x_4 = 3, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 9x_4 = 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$

2. Определить количество решений однородной системы линейных уравнений:

а) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 7x_3 = 0, \\ -x_1 + x_2 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\ -2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 9x_3 - x_4 = 0, \\ 4x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$

3.Используя формулы Крамера, найти решения следующих систем линейных алгебраических уравнений:

а) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$; в) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$

*г)* $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7 \end{cases}$ *; д)* $\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5 \end{cases}$ *; е)* $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9 \end{cases}$

4.Решить системы линейных уравнений методом Гаусса:

а) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$; б) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$; в) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$

г) $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 6x_4 = 18 \\ 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 24 \\ 3x_1 + 2x_2 + 8x_3 + 5x_4 = 13 \\ 2x_1 + 8x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 6 \end{cases}$

**Тема 5.**

Задача 1. Определить, при каких значениях α и β векторы $\bar{a}$ ={-2, 3, β} и $\bar{b}$ ={α, -6, 2} коллинеарны.

Задача 2. Даны три вектора $\bar{p}$ = {3,-2,1}, $\bar{q}$ = {-1,1,-2}, $\bar{r}$ = {2,1,-3}. Найти разложение вектора $\bar{c}$ = {11,-6,5} по базису $\bar{p}$, $\bar{q}$, $\bar{r}$.

Задача 3. Векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{6}$. Зная, что $|\overline{a}| = \sqrt{3}$, $|\overline{b}| = 1$, вычислить угол $\alpha$ между векторами $\overline{p} = \overline{a} + \overline{b}$ и $\overline{q} = \overline{a} - \overline{b}$.

Задача 4. Вычислить проекцию вектора $\overline{a} = \{5,2,5\}$ на ось вектора $\overline{b} = \{2,-1,2\}$.

Задача 5. Даны вершины тетраэдра: $A(2,3,1)$, $B(4,1,-2)$, $C(6,3,7)$, $D(-5,-4,8)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины $D$.

Задача 6. Найти орт вектора $\overline{a} = 3e_1 + 4e_2 - 12e_3$.

Задача 7. Найти величину площади параллелограмма, сторонами которого являются векторы $\overline{a} = \{1,-3,1\}$ и $\overline{b} = \{2,-1,3\}$.

Задача 8. Вычислить внутренние углы треугольника с вершинами $A(1;2;1)$, $B(3;-1;7)$ и $C(7;4;-2)$. Убедиться, что этот треугольник равнобедренный. Сделать чертеж.

Задача 9. Зная одну из вершин треугольника $A(2;-5;3)$ и векторы, совпадающие с двумя его сторонами $\overline{AB} = \{4;1;2\}$ и $\overline{BC} = \{3;-2;5\}$. Найти остальные вершины и координаты вектора $\overline{CA}$.

**Тема 6.**

1. Докажите, что система $\left\{f_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}, f_3 = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}\right\}$ является линейно независимой. Является ли эта система порождающей?

2. Докажите, что система $\left\{g_1 = \begin{pmatrix}3\\5\\8\end{pmatrix}, g_2 = \begin{pmatrix}4\\14\\10\end{pmatrix}, g_3 = \begin{pmatrix}1\\9\\2\end{pmatrix}\right\}$ является линейно зависимой. Является ли эта система порождающей?

3. Обозначим $R_2[x]$– множество многочленов от буквы x с действительными коэффициентами, степень которых не превышает 2: $R_2[x] = \{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \in R\}$.

а) Докажите, что системы $\{1, x, x^2\}$ и $\{1, x-1, (x-1)^2\}$ являются линейно независимыми. Является ли эта система порождающей?

б) Докажите, что системы $\{1, x+1, 2x, x^2\}$ и $\{x+1, x^2, x^2 - x + 1\}$ являются линейно зависимыми. Являются ли эти системы порождающими?

4.Докажите, что система $\left\{f_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, f_2 = \begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}, f_3 = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}\right\}$ является линейно независимой. Является ли эта система порождающей?

5. Докажите, что система $\left\{g_1 = \begin{pmatrix}3\\5\\8\end{pmatrix}, g_2 = \begin{pmatrix}4\\14\\10\end{pmatrix}, g_3 = \begin{pmatrix}1\\9\\2\end{pmatrix}\right\}$ является линейно зависимой. Является ли эта система порождающей?

6. Обозначим $R_2[x]$– множество многочленов от буквы x с действительными коэффициентами, степень которых не превышает 2: $R_2[x] = \{ax^2 + bx + c \mid a, b, c \in R\}$.

а) Докажите, что системы $\{1, x, x^2\}$ и $\{1, x-1, (x-1)^2\}$ являются линейно независимыми. Является ли эта система порождающей?

б) Докажите, что системы $\{1, x+1, 2x, x^2\}$ и $\{x+1, x^2, x^2 - x + 1\}$ являются линейно зависимыми. Являются ли эти системы порождающими?

**Тема 7.**

**1**. Найти собственные значения и собственные векторы, привести к диагональному виду матрицу линейного оператора:

1. $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, 2. $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 3. $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, 4. $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, 6. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, 7. $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. 8. $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

2.Определите, является ли международная торговля двух стран А и Б сбалансированной, если вектор национальных доходов x и структурная матрица А этих стран

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 12\,000\,000\,000 \\ 7\,000\,000\,000 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0{,}9 \\ 0{,}7 & 0{,}1 \end{pmatrix}.$$

**Продвинутый уровень**

1.Как изменится произведение матриц А и В, если переставить i –ю и j –ю строки матрицы А?

2.Привести примеры таких матриц порядка 2, для которых верны следующие равенства:

1) $A^2 = E$; 2) $B^2 = \theta$ и $B = \theta$; 3) $C \cdot D = -D \cdot C$; 4) $M \cdot V = \theta$ хотя $M \neq \theta, V \neq \theta$ где

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Привести примеры матриц порядка 3, обладающих свойствами аналогичными свойствам 1)−4) из задачи 2.

4. Найти ранг матрицы А в зависимости от значений параметра b:

$$A = \begin{pmatrix} b & 1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & b & -2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

5. Найти наименьшее натуральное k, при котором система линейных уравнений имеет единственное решение:

$$\begin{cases} kx_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1} + x_n = 1 \\ x_1 + kx_2 + \ldots + x_{n-1} + x_n = 1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1} + kx_n = 1 \end{cases}$$

6. Система линейных уравнений имеет единственное решение. Доказать, что abc ≠ 0 и найти это решение.

$$\begin{cases} ay + bx = c, \\ cx + az = b \\ bz + cy = a \end{cases}$$

7. Доказать, что если A· B − E вырожденная матрица, то и B · A − E вырожденная матрица.

8. Доказать, что все шесть слагаемых в разложении определителя 3-го порядка не могут быть одновременно положительными.

9. Пусть a, b и c – произвольные векторы. Доказать, что векторы p=2a-3b-2c, q=a+2b-c и r=a+9b-c компланарны.

10. С помощью векторной алгебры доказать следующие теоремы планиметрии:

(а) свойство средней линии треугольника;

(б) свойство средней линии трапеции;
(в) теорему о пересечении медиан треугольника;
(г) если медианы одного треугольника параллельны сторонам другого треугольника, то и медианы второго треугольника параллельны сторонам первого.

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил решение задачи в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов;

**1. Описание шкалы оценивания**

Максимально возможный балл за весь текущий контроль устанавливается равным **55.** Текущее контрольное мероприятие считается сданным, если студент получил за него не менее 60% от установленного для этого контроля максимального балла. Рейтинговый балл, выставляемый студенту за текущее контрольное мероприятие, сданное студентом в установленные графиком контрольных мероприятий сроки, определяется следующим образом:

| Уровень выполнения контрольного задания | Рейтинговый балл (в % от максимального балла за контрольное задание) |
|---|---|
| Отличный | **100** |
| Хороший | **80** |
| Удовлетворительный | **60** |
| Неудовлетворительный | **0** |

**2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Предлагаемые студенту задания позволяют проверить компетенции ОПК-2.

Сущность внутренней дифференциации состоит в обеспечении разноуровневости, предполагающая такую организацию обучения, при которой студенты, обучаясь по одной программе, имеют право и возможность усваивать ее на различных планируемых уровнях, но не ниже уровня обязательных требований. Каждой группе предлагать задания, ориентированные на предел возможностей самых сильных его представителей.

**Оценочный лист**

| **Оцениваемый критерий** | **Оценка** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Задание 1 | Задание 2 | Задание 3 | Задание 4 | Задание … |
| Обоснованность выбора способа решения | | | | | |
| Правильность, корректность и логичность вычислений и | | | | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| преобразований | | | | | |
| Верный ответ | | | | | |

Составитель ___________________________Казаров Б.А.

«____»___________________20