

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) СКФУ в г. Пятигорске

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПО ОРГАНИЗАЦИИ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ОСНОВЫ  
КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Направление подготовки	<b>09.03.02</b> <b>Информационные системы и технологии</b>
Направленность (профиль)	<b>Информационные системы и технологии</b>
Квалификация выпускника	Бакалавр

**РАЗРАБОТАНО:**

Профессор кафедры СУиИТ  
\_\_\_\_\_ Санкин А.В.  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Пятигорск, 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение .....	3
1. Цель и задачи изучения дисциплины .....	3
2. Темы самостоятельной работы .....	3
3. Технологическая карта самостоятельной работы обучающегося .....	4
4. Рекомендации для самоподготовки .....	4
4.1 Подготовка к лекциям. Самостоятельное изучение литературы .....	5
4.2 Подготовка к лабораторным работам .....	6
5. Теоретический материал.....	7
5.1 Математическое моделирование.....	7
5.2 Основы компьютерного моделирования.....	13
5.3 Компьютерная реализация математических вычислений .....	16
5.4 Построение диаграмм с применением вычислительной техники .....	19
5.5 Применение диаграмм Байеса. Задачи выбора и классификации .....	25
6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины .....	30
6.1. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины .....	30
6.2. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине .....	30
6.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины .....	30

## ВВЕДЕНИЕ

Методические рекомендации содержат перечень тем с вопросами для самостоятельной проработки, перечень лабораторных работ с вопросами для самостоятельной проработки.

Методические указания посвящены курсу «Компьютерное моделирование». Моделирование – замещение исследуемого объекта (оригинала) его условным образом, описанием или другим объектом (моделью) и познание свойств оригинала путем исследования свойств модели.

С моделями и моделированием мы сталкиваемся в нашей жизни каждый день. В детстве ребенка окружают игрушки – машинки, куклы, кубики и т.д. - модели, повторяющие отдельные свойства реально существующих предметов. Играя, ребенок получает важные знания о них. В процессе мышления человек оперирует образами объектов окружающего мира, которые являются разновидностями моделей – когнитивными (мысленными) моделями. В широком смысле произведения живописи, скульптуры и литературы можно также считать моделями реальных объектов.

Реальная польза от моделирования может быть получена при выполнении двух главных условий:

- модель должна быть адекватной оригиналу в том смысле, что должна с достаточной точностью отображать интересующие исследователя характеристики оригинала;

- модель должна устранять проблемы, связанные с физическим измерением каких-то сигналов или характеристик оригинала.

Часто в системном анализе при модельном подходе исследования может совершаться одна методическая ошибка, а именно, - построение корректных и адекватных моделей (подмоделей) подсистем системы и их логически корректная увязка не дает гарантий корректности построенной таким способом модели всей системы.

Модель, построенная без учета связей системы со средой, может служить подтверждением теоремы Геделя, а точнее, ее следствия, утверждающего, что в сложной изолированной системе могут существовать истины и выводы, корректные в этой системе и некорректные вне ее.

Наука моделирования состоит в разделении процесса моделирования (системы, модели) на этапы (подсистемы, подмодели), детальном изучении каждого этапа, взаимоотношений, связей, отношений между ними и затем эффективного описания их с максимально возможной степенью формализации и адекватности.

В случае нарушения этих правил получаем не модель системы, а модель "собственных и неполных знаний".

Моделирование рассматривается, как особая форма эксперимента, эксперимента не над самим оригиналом, т.е. простым или обычным экспериментом, а над копией оригинала. Здесь важен изоморфизм систем оригинальной и модельной.

### 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Компьютерное моделирование» является формирование набора профессиональных компетенций будущего бакалавра по направлению подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии».

Задачи освоения дисциплины: изучение основ компьютерного моделирования, освоение методов и инструментов компьютерного моделирования.

### 2. ТЕМЫ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

№ темы	Наименование тем дисциплины, их краткое содержание	Объем часов*
	<b>7 семестр</b>	
	<b>Раздел 1. Основы компьютерного моделирования</b>	7,5
1	Тема 1. Математическое моделирование  Понятие модели и моделирования. Уровень и глубина моделирования. Проблема моделирования. Схема построения модели. Исследование модели. Использование модели. Программные средства компьютерного моделирования. Математическое обеспечение компьютерного моделирования. Задачи компьютерного моделирования.	4,5
2	Тема 2. Основы компьютерного моделирования  Классификация видов моделирования. Статические и динамические, дискретные и непрерывные модели. Имитационные модели. Детерминированные и стохастические модели. Функциональные, теоретико-множественные и логические модели. Игровые модели. Алгоритмические, структурные, графовые модели. Иерархические и сетевые модели. Лингвистические модели. Визуальные, натурные, геометрические модели. Система клеточных автоматов. Фрактальные модели.	3
	<b>Раздел 2. Применение методов компьютерного моделирования</b>	6
7	Тема 7. Компьютерная реализация математических вычислений  Математическое моделирование сложных систем. Декомпозиция системы. Анализ и синтез управления сложными системами. Параметры системы. Фазовая траектория. Фазовое пространство. Математическая модель системы. Компьютерная реализация математической модели системы. Агрегативные модели. Функции регрессии. Линейная регрессия; полиномиальная регрессия; линейная регрессия общего вида, нелинейная регрессия общего вида. Функция предсказания в Mathcad и Excel.	3
8	Тема 8. Построение диаграмм с применением вычислительной техники  Понятие о статических графиках. Основные виды графиков (диаграмм) сравнения. Excel, Mathcad, MATLAB в построении диаграмм. Декартов график, полярный график, трехмерный график, график поверхности, карта линий уровня, точечный график, трехмерная столбиковая диаграмма, векторное поле. Построение графика поверхности в системе Mathcad.	3
	<b>Итого за 5 семестр</b>	13,5

### 3. ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ

Коды реализуемых	Вид деятельности	Итоговый продукт	Средства и	Объем часов, в том числе
------------------	------------------	------------------	------------	--------------------------

компетенций	студентов	самостоятельной работы	технологии оценки	СРС	Контактная работа с преподавателем	Всего
ПК-2 ПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6 ПК-7	Подготовка к лекциям	Конспект	Собеседование	1,215	0,135	1,35
ПК-2 ПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6 ПК-7	Самостоятельное изучение литературы по темам 1, 2, 7, 8	Конспект	Собеседование	7,29	0,81	8,1
ПК-2 ПК-3 ПК-4 ПК-5 ПК-6 ПК-7	Подготовка к лабораторным работам	Индивидуальное задание	Отчет письменный	3,645	0,405	4,05
Итого				12,15	1,35	13,5

#### 4. РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ САМОПОДГОТОВКИ

##### 4.1 Подготовка к лекциям. Самостоятельное изучение литературы

###### Тема 1. Математическое моделирование

1. Понятие модели и моделирования.
2. Уровень и глубина моделирования.
3. Проблема моделирования.
4. Схема построения модели.
5. Исследование модели.
6. Использование модели.
7. Математическое обеспечение компьютерного моделирования.
8. Задачи компьютерного моделирования.
9. Архитектура приложений компьютерного моделирования
10. Понятие конфигурационного управления моделью

###### Тема 2. Основы компьютерного моделирования

1. Классификация видов моделирования.
2. Статические и динамические, дискретные и непрерывные модели.
3. Имитационные модели.
4. Детерминированные и стохастические модели.
5. Функциональные, теоретико-множественные и логические модели.
6. Игровые модели.
7. Алгоритмические, структурные, графовые модели.
8. Лингвистические модели.
9. Визуальные, натурные, геометрические модели.
10. Система клеточных автоматов.
11. Фрактальные модели.
12. Иерархические и сетевые модели.
13. История развития компьютерного моделирования.

## **Тема 7. Компьютерная реализация математических вычислений**

1. Математическое моделирование сложных систем.
2. Декомпозиция системы.
3. Анализ и синтез управления сложными системами.
4. Параметры системы.
5. Фазовая траектория.
6. Фазовое пространство.
7. Математическая модель системы.
8. Компьютерная реализация математической модели системы.
9. Агрегативные модели.
10. Функции регрессии.
11. Линейная регрессия; полиномиальная регрессия;
12. Линейная регрессия общего вида, нелинейная регрессия общего вида.
13. Функция предсказания в Mathcad и Excel.

## **Тема 8. Построение диаграмм с применением вычислительной техники**

1. Понятие о статических графиках.
2. Основные виды графиков (диаграмм) сравнения.
3. Excel, Mathcad, MATLAB в построении диаграмм.
4. Декартов график, полярный график, трехмерный график,
5. График поверхности, карта линий уровня, точечный график,
6. Трехмерная столбиковая диаграмма, векторное поле.
7. Построение графика поверхности в системе Mathcad.

### **4.2 Подготовка к лабораторным работам**

#### **Лабораторная работа 1. Математическое моделирование**

1. Что такое модели и какие виды моделей вы знаете?
2. Какие виды моделирования существуют?
3. От чего зависит точность моделирования?
4. Когда разумно применять физическое моделирование?
5. Какие самые известные примеры серьезного моделирования вы знаете?
6. Какие виды погрешности моделирования вы знаете?
7. Какие программные продукты используют для моделирования?
8. Как осуществляется подготовка к моделированию?
9. Какими возможностями в моделировании обладают СКМ?
10. Чем отличается траектория полета камня без учета сопротивления воздуха и с его учетом?

#### **Лабораторная работа 2. Основы компьютерного моделирования**

1. Что такое экспериментальные исследования и с какой целью они проводятся?
2. Дайте определение математической модели.
3. Охарактеризуйте этапы математического моделирования.
4. Что является рабочим инструментом статического анализа?
5. Дайте определение статистической гипотезы?
6. Какие ошибки встречаются при выборочном наблюдении?
7. Перечислите основные правила, которые должны выполняться при проведении статистических наблюдений.
8. Что такое корреляционная связь?
9. Охарактеризуйте методы выявления корреляционной связи.
10. Опишите виды моделирования.

#### **Лабораторная работа 3. Компьютерная обработка данных**

1. Перечислите достоинства и недостатки системы Mathcad.

2. Перечислите основные функции, применяемые в статистической обработке.
3. Для чего применяется функция  $RND(x)$ ?
4. В каких случаях применяются функции сплайновой аппроксимации?
5. Чем отличается функция линейной регрессии от функции линейной регрессии общего вида?
6. Дайте определение нелинейной регрессии общего вида?
7. Дайте определение функции предсказания?
8. В каких случаях функция предсказания применяется, а в каких применение ее является нецелесообразным?
9. Перечислите основные технологии компьютерного моделирования.
10. Перечислите инструменты компьютерного моделирования.

#### **Лабораторная работа 4. Компьютерная реализация математических вычислений**

1. Математическое моделирование сложных систем
2. Фазовая траектория. Фазовое пространство
3. Декомпозиция системы. Характеристики системы
4. Математическая модель системы
5. Агрегативные модели
6. Требования к базовым датчикам
7. Типы базовых датчиков
8. Моделирование случайных элементов
9. Функции регрессии
10. Функция предсказания

#### **Лабораторная работа 5. Построение диаграмм с применением вычислительной техники**

1. Что называют в статистике графиком?
2. Какие задачи статистического исследования решаются при помощи графического изображения?
3. Как задаются пространственные ориентиры?
4. Что представляет собой графический образ статистических данных?
5. Дайте определение Диаграммы.
6. Перечислите типы диаграмм.
7. Где содержится перечень шаблонов построения графиков в системе Mathcad?
8. Какие возможности содержат средства графики Mathcad?
9. Перечислите известные виды графиков.

## **5. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ**

### **5.1 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

#### **Построение модели**

Модель и моделирование - универсальные понятия, атрибуты одного из наиболее мощных методов познания в любой профессиональной области, познания системы, процесса, явления.

Вид модели и методы ее исследования больше зависят от информационно - логических связей элементов и подсистем моделируемой системы, ресурсов, связей с окружением, а не от конкретного наполнения системы.

Модельный стиль мышления позволяет вникать в структуру и внутреннюю логику моделируемой системы.

Построение модели - системная задача, требующая анализа и синтеза исходных данных, гипотез, теорий, знаний специалистов. Системный подход позволяет не только

построить модель реальной системы, но и использовать эту модель для оценки (например, эффективности управления или функционирования) системы.

Модель - это объект или описание объекта, системы для замещения одной системы (оригинала) другой системой для лучшего изучения оригинала или воспроизведения каких-либо его свойств.

Например, отображая физическую систему на математическую систему, получим математическую модель физической системы. Любая модель строится и исследуется при определенных допущениях, гипотезах.

Пример. Рассмотрим физическую систему: тело массой  $m$  скатывается по наклонной плоскости с ускорением  $a$ , на которое воздействует сила  $F$ .

Исследуя такие системы, Ньютон получил математическое соотношение:  $F = m \cdot a$ . Это физико-математическая модель системы или математическая модель физической системы скатывающегося тела.

При описании этой системы приняты следующие гипотезы:

- поверхность идеальна (коэффициент трения равен нулю);
- тело находится в вакууме (сопротивление воздуха равно нулю);
- масса тела неизменна;
- тело движется с одинаковым постоянным ускорением в любой точке.

Пример. Физиологическая система (система кровообращения человека) - подчиняется некоторым законам термодинамики. Описывая эту систему на физическом (термодинамическом) языке балансовых законов, получим физическую, термодинамическую модель физиологической системы. Если записать эти законы на математическом языке, т.е. соответствующие термодинамические уравнения, то уже получаем математическую модель системы кровообращения.

Пример. Совокупность предприятий функционирует на рынке, обмениваясь товарами, сырьем, услугами, информацией. Если описать экономические законы, правила их взаимодействия на рынке с помощью математических соотношений, например, системы алгебраических уравнений, где неизвестными будут величины прибыли, получаемые от взаимодействия предприятий, а коэффициентами уравнения будут значения интенсивностей таких взаимодействий, то получим экономико-математическую модель системы предприятий на рынке.

Слово "модель" (лат. *modelium*) означает "мера", "способ", "сходство с какой-то вещью".

Моделирование базируется на математической теории подобия, согласно которой абсолютное подобие может иметь место лишь при замене одного объекта другим точно таким же.

При моделировании большинства систем абсолютное подобие невозможно, и основная цель моделирования заключается в том, что модель достаточно хорошо должна отображать функционирование моделируемой системы.

#### **По уровню, "глубине" моделирования модели бывают:**

1. эмпирические - на основе эмпирических фактов (опытов);
2. теоретические - на основе математических описаний;
3. смешанные, полуэмпирические - на основе эмпирических зависимостей и математических описаний.

#### **Проблема моделирования состоит из трех задач:**

1. построение модели (эта задача менее формализуема и конструктивна, т.к. нет алгоритма для построения моделей);
2. исследование модели (эта задача более формализуема, имеются методы исследования различных классов моделей);
3. использование модели (конструктивная и конкретизируемая задача).

Модель  $M$ , описывающая систему  $S(x_1, x_2, \dots, x_n; R)$ , имеет вид:

$M = (z_1, z_2, \dots, z_m; Q)$ , где  $z_i \in Z$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ );

$R$  - множества отношений над  $X$ ;

$Q$  - множества отношений над  $Z$ ;

$X$  - множеством входных, выходных сигналов и состояний системы;

$Z$  - множество описаний (представлений) элементов и подмножеств  $X$ .

Схема построения модели  $M$  системы  $S$  с входными сигналами  $X$  и выходными сигналами  $Y$  изображена на рис. 1.1.

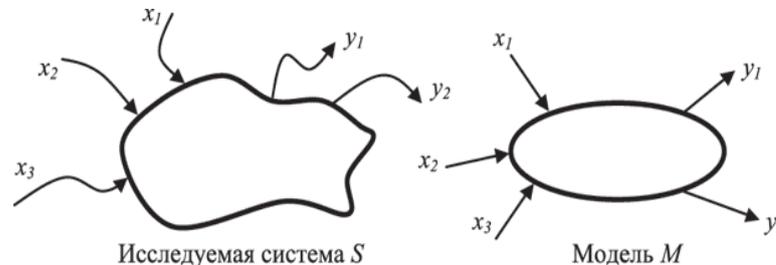


Рисунок 1.1 - Схема построения модели

Если на вход  $M$  поступают сигналы из  $X$  и на выходе появляются сигналы  $Y$ , то задан закон (правило)  $f$  функционирования модели / системы.

Моделирование - это универсальный метод получения описания функционирования объекта и использования знаний о нем. Моделирование используется в любой профессиональной деятельности.

#### **Классификация видов моделирования. Статические и динамические, дискретные и непрерывные модели**

Классификацию моделей проводят по различным критериям.

Модель называется статической, если среди параметров, участвующих в ее описании, нет временного параметра. Статическая модель в каждый момент времени дает лишь "фотографию" системы, ее срез.

Пример. Закон Ньютона  $F=a*m$  - это статическая модель движущейся с ускорением  $a$  материальной точки массой  $m$ . Эта модель не учитывает изменение ускорения от одной точки к другой.

Модель динамическая, если среди ее параметров есть временной параметр, т.е. она отображает систему (процессы в системе) во времени.

Пример. Динамическая модель закона Ньютона будет иметь вид:

$$F(t)=a(t)*m(t).$$

Модель дискретная, если она описывает поведение системы только в дискретные моменты времени.

Пример. Если рассматривать только  $t=0, 1, 2, \dots, 10$  (сек), то модель

$$S(t)=gt^2/2$$

или числовая последовательность:  $S_0=0, S_1=g/2, S_2=2g, S_3=9g/2, \dots, S_{10}=50g$  может служить дискретной моделью движения свободно падающего тела.

Модель непрерывная, если она описывает поведение системы для всех моментов некоторого промежутка времени.

Пример. Модель  $S=gt^2/2, 0 < t < 100$  непрерывна на промежутке времени  $(0;100)$ .

#### **Имитационные модели**

Модель имитационная, если она предназначена для испытания или изучения возможных путей развития и поведения объекта путем варьирования некоторых или всех параметров модели.

Пример. Пусть модель экономической системы производства товаров двух видов 1 и 2, в количестве  $x_1$  и  $x_2$  единиц и стоимостью каждой единицы товара  $a_1$  и  $a_2$  на предприятии описана в виде соотношения:

$$a_1x_1 + a_2x_2 = S,$$

где  $S$  - общая стоимость произведенной предприятием всей продукции (вида 1 и 2). Можно ее использовать в качестве имитационной модели, по которой можно определять (варьировать) общую стоимость  $S$  в зависимости от тех или иных значений объемов и стоимости производимых товаров.

### **Детерминированные и стохастические модели**

Модель детерминированная, если каждому входному набору параметров соответствует вполне определенный и однозначно определяемый набор выходных параметров; в противном случае - модель недетерминированная, стохастическая (вероятностная).

Пример. Приведенные выше физические модели - детерминированные. Если в модели  $S = gt^2 / 2$ ,  $0 < t < 100$  мы учли бы случайный параметр - порыв ветра с силой  $p$  при падении тела:

$$S(p) = g(p) t^2 / 2, \quad 0 < t < 100,$$

то мы получили бы стохастическую модель (уже не свободного) падения.

### **Функциональные, теоретико-множественные и логические модели**

Модель функциональная, если она представима в виде системы каких-либо функциональных соотношений.

Модель теоретико-множественная, если она представима с помощью некоторых множеств и отношений принадлежности между ними.

Пример. Пусть задано множество

$X = \{\text{Николай, Петр, Николаев, Петров, Елена, Екатерина, Михаил, Татьяна}\}$  и отношения:

Николай - супруг Елены,

Екатерина - супруга Петра,

Татьяна - дочь Николая и Елены,

Михаил - сын Петра и Екатерины,

семьи Михаила и Петра дружат друг с другом.

Тогда множество  $X$  и множество перечисленных отношений  $Y$  могут служить теоретико-множественной моделью двух дружественных семей.

Модель называется логической, если она представима логическими функциями.

Например, совокупность логических функций вида:

$$z = x \wedge y \vee x, \quad p = x \wedge y$$

есть математическая логическая модель работы дискретного устройства.

### **Игровые модели**

Модель игровая, если она описывает, реализует некоторую игровую ситуацию между участниками игры.

Пример. Пусть игрок 1 - добросовестный налоговый инспектор, а игрок 2 - недобросовестный налогоплательщик. Идет процесс (игра) по уклонению от налогов (с одной стороны) и по выявлению сокрытия уплаты налогов (с другой стороны). Игроки выбирают натуральные числа  $i$  и  $j$  ( $i, j \leq n$ ), которые можно отождествить, соответственно, со штрафом игрока 2 за неуплату налогов при обнаружении игроком 1 факта неуплаты и с временной выгодой игрока 2 от сокрытия налогов. Модель игры описывается этой матрицей и стратегией уклонения и поимки. Эта игра - антагонистическая.

### **Алгоритмические, структурные, графовые модели**

Модель алгоритмическая, если она описана некоторым алгоритмом или комплексом алгоритмов, определяющим функционирование, развитие системы.

Следует помнить, что не все модели могут быть исследованы или реализованы алгоритмически.

Пример. Моделью вычисления суммы бесконечного убывающего ряда чисел может служить алгоритм вычисления конечной суммы ряда до некоторой заданной степени точности. Алгоритмической моделью корня квадратного из числа  $x$  может служить алгоритм вычисления его приближенного значения по известной рекуррентной формуле.

Модель называется структурной, если она представима структурой данных или структурами данных и отношениями между ними.

Модель называется графовой, если она представима графом или графами и отношениями между ними.

### Иерархические и сетевые модели

Модель называется иерархической (древовидной), если представима некоторой иерархической структурой (деревом).

Пример. Для решения задачи нахождения маршрута в дереве поиска можно построить, например, древовидную модель (рис. 2.1):

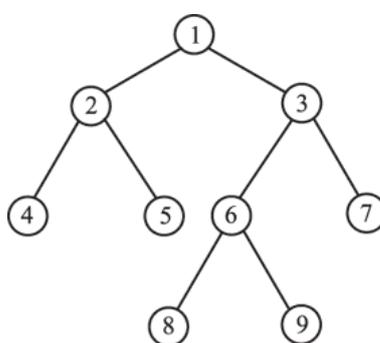


Рисунок 2.1 - Модель иерархической структуры

Модель называется сетевой, если она представима некоторой сетевой структурой.

Пример. Строительство нового дома включает операции, приведенные в нижеследующей таблице.

Таблица 2.1 - Работы при строительстве дома

№	Операция	Время выполнения (дни)	Предшествующие операции	Дуги графа
1	Расчистка участка	1	нет	-
2	Закладка фундамента	4	Расчистка участка (1)	1-2
3	Возведение стен	4	Закладка фундамента (2)	2-3
4	Монтаж электропроводки	3	Возведение стен (3)	3-4
5	Штукатурные работы	4	Монтаж электропроводки (4)	4-5
6	Благоустройство территории	6	Возведение стен (3)	3-6
7	Отделочные работы	4	Штукатурные работы (5)	5-7
8	Настил крыши	5	Возведение стен (3)	3-8

Сетевая модель (сетевой график) строительства дома дана на рис. 2.2.

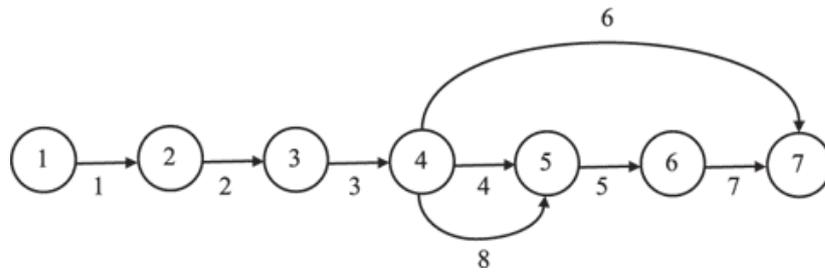


Рисунок 2.2 - Сетевой график строительства

Две работы, соответствующие дуге 4-8, параллельны, их можно либо заменить одной, представляющей совместную операцию (монтаж электропроводки и настил крыши) с новой операцией длительностью  $3+5=8$ , либо ввести на одной дуге фиктивное событие.

### **Лингвистические модели**

Модель называется языковой, лингвистической, если она представлена некоторым лингвистическим объектом, формализованной языковой системой или структурой.

Иногда такие модели называют вербальными, синтаксическими.

Например, правила дорожного движения - языковая, структурная модель движения транспорта и пешеходов на дорогах.

### **Визуальные, натурные, геометрические модели**

Модель визуальная, если она позволяет визуализировать отношения и связи моделируемой системы, особенно в динамике.

Например, на экране компьютера часто пользуются визуальной моделью того или иного объекта.

Модель натурная, если она есть материальная копия объекта моделирования.

Например, глобус - натурная географическая модель земного шара.

Модель геометрическая, графическая, если она представима геометрическими образами и объектами.

Например, макет дома является натурной геометрической моделью строящегося дома. Вписанный в окружность многоугольник дает модель окружности. Именно она используется при изображении окружности на экране компьютера. Прямая линия является моделью числовой оси, а плоскость часто изображается, как параллелограмм.

### **Система клеточных автоматов**

Модель клеточно-автоматная, если она представима клеточным автоматом или системой клеточных автоматов.

Клеточный автомат - дискретная динамическая система, аналог физического (непрерывного) поля. Клеточно-автоматная геометрия - аналог евклидовой геометрии. неделимый элемент евклидовой геометрии - точка, на основе ее строятся отрезки, прямые, плоскости и т.д.

Неделимый элемент клеточно-автоматного поля - клетка, на основе её строятся кластеры клеток и различные конфигурации клеточных структур. Представляется клеточный автомат равномерной сетью клеток ("ячеек") этого поля. Эволюция клеточного автомата разворачивается в дискретном пространстве - клеточном поле.

Смена состояний в клеточно-автоматном поле происходит одновременно и параллельно, а время идет дискретно. Несмотря на кажущуюся простоту их построения, клеточные автоматы могут демонстрировать разнообразное и сложное поведение объектов, систем.

В последнее время они широко используются при моделировании не только физических, но и социально-экономических процессов.

## Фрактальные модели

Модель называется фрактальной, если она описывает эволюцию моделируемой системы эволюцией фрактальных объектов.

Если физический объект однородный (сплошной), т.е. в нем нет полостей, то можно считать, что его плотность не зависит от размера. Например, при увеличении параметра объекта  $R$  до  $2R$  масса объекта увеличится в  $R^2$  раз, если объект - круг и в  $R^3$  раз, если объект - шар, т.е. существует связь массы и длины. Пусть  $n$  - размерность пространства. Объект, у которого масса и размер связаны, называется "компактным". Его плотность можно рассчитать по формуле:

$$\rho \sim \frac{M}{R^n} \sim R^0 - const$$

Если объект (система) удовлетворяет соотношению  $M(R) \sim R^{f(n)}$ , где  $f(n) < n$ , то такой объект называется фрактальным.

Его плотность не будет одинаковой для всех значений  $R$ , то она масштабируется согласно формуле:

$$\rho(R) \sim \frac{M(R)}{R^n} \sim R^{f(n)-n}$$

Так как  $f(n) - n < 0$  по определению, то плотность фрактального объекта уменьшается с увеличением размера  $R$ , а  $\rho(R)$  является количественной мерой разряженности объекта.

Пример фрактальной модели - множество Кантора. Рассмотрим отрезок  $[0;1]$ . Разделим его на 3 части и выбросим средний отрезок. Оставшиеся 2 промежутка опять разделим на три части и выкинем средние промежутки и т.д. Получим множество, называемое множеством Кантора. В пределе получаем несчетное множество изолированных точек.



Рисунок 2.3 - Множество Кантора для 3-х делений

## 5.2 ОСНОВЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

### Основные свойства модели и моделирования

Границы между моделями различного вида весьма условны. Можно говорить о различных режимах использования моделей - имитационном, стохастическом, динамическом, детерминированном и др.

Как правило, модель включает в себя: объект  $O$ , субъект  $A$  (не обязательно), задачу  $Z$ , ресурсы  $B$ , среду моделирования  $C$ .

Модель можно представить формально в виде:  $M = \langle O, A, Z, B, C \rangle$ .

Основные свойства любой модели:

1. Целенаправленность - модель всегда отображает некоторую систему, т.е. имеет цель такого отображения;
2. Конечность - модель отображает оригинал лишь в конечном числе его отношений и ресурсы моделирования конечны;
3. Упрощенность - модель отображает только существенные стороны объекта и она должна быть проста для исследования или воспроизведения;
4. Наглядность, обозримость основных ее свойств и отношений;
5. Доступность и технологичность для исследования или воспроизведения;
6. Информативность - модель должна содержать достаточную информацию о системе (в рамках гипотез, принятых при построении модели) и должна давать возможность получать новую информацию;

7. Полнота - в модели должны быть учтены все основные связи и отношения, необходимые для обеспечения цели моделирования;

8. Управляемость - модель должна иметь хотя бы один параметр, изменениями которого можно имитировать поведение моделируемой системы в различных условиях.

### **Жизненный цикл моделируемой системы**

Жизненный цикл моделируемой системы состоит из следующих этапов:

1. Сбор информации об объекте, выдвижение гипотез, предварительный модельный анализ;

2. Проектирование структуры и состава моделей (подмоделей);

3. Построение спецификаций модели, разработка и отладка отдельных подмоделей, сборка модели в целом, идентификация (если это нужно) параметров моделей;

4. Исследование модели - выбор метода исследования и разработка алгоритма (программы) моделирования;

5. Исследование адекватности, устойчивости, чувствительности модели;

6. Оценка средств моделирования (затраченных ресурсов);

7. Интерпретация, анализ результатов моделирования и установление некоторых причинно-следственных связей в исследуемой системе;

8. Генерация отчетов и проектных (народно-хозяйственных) решений;

9. Уточнение, модификация модели, если это необходимо, и возврат к исследуемой системе с новыми знаниями, полученными с помощью модели и моделирования.

### **Моделирование как метод системного анализа**

Часто в системном анализе при модельном подходе исследования может совершаться одна методическая ошибка, а именно, - построение корректных и адекватных моделей (подмоделей) подсистем системы и их логически корректная увязка не дает гарантий корректности построенной таким способом модели всей системы.

Модель, построенная без учета связей системы со средой, может служить подтверждением теоремы Геделя, а точнее, ее следствия, утверждающего, что в сложной изолированной системе могут существовать истины и выводы, корректные в этой системе и некорректные вне ее.

Наука моделирования состоит в разделении процесса моделирования (системы, модели) на этапы (подсистемы, подмодели), детальном изучении каждого этапа, взаимоотношений, связей, отношений между ними и затем эффективного описания их с максимально возможной степенью формализации и адекватности.

В случае нарушения этих правил получаем не модель системы, а модель "собственных и неполных знаний".

Моделирование рассматривается, как особая форма эксперимента, эксперимента не над самим оригиналом, т.е. простым или обычным экспериментом, а над копией оригинала. Здесь важен изоморфизм систем оригинальной и модельной.

Изоморфизм - равенство, одинаковость, подобие.

Модели и моделирование применяются по основным направлениям:

- в обучении, в познании и разработке теории исследуемых систем;
- в прогнозировании (выходных данных, ситуаций, состояний системы);
- в управлении (системой в целом, отдельными ее подсистемами);
- в автоматизации (системы или ее отдельных подсистем).

## Классификация видов моделирования

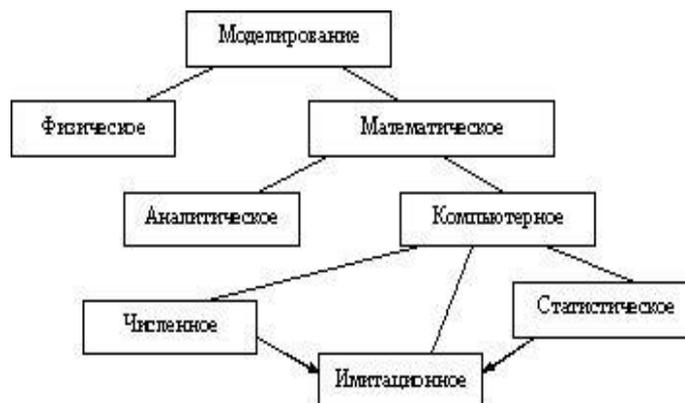


Рисунок 3.1 - Классификация видов моделирования

При физическом моделировании используется сама система, либо подобная ей в виде макета, например, летательный аппарат в аэродинамической трубе.

Математическое моделирование есть процесс установления соответствия реальной системе  $S$  математической модели  $M$  и исследование этой модели, позволяющее получить характеристики реальной системы.

При аналитическом моделировании процессы функционирования элементов записываются в виде математических соотношений (алгебраических, интегральных, дифференциальных, логических и др.).

Аналитическая модель может быть исследована методами:

- аналитическими (устанавливаются явные зависимости, получаются, в основном, аналитические решения);

- численными (получаются приближенные решения);

Компьютерное математическое моделирование формулируется в виде алгоритма (программы для ЭВМ), что позволяет проводить над моделью вычислительные эксперименты.

Численное моделирование использует методы вычислительной математики.

Статистическое моделирование использует обработку данных о системе с целью получения статистических характеристик системы.

Имитационное моделирование воспроизводит на ЭВМ (имитирует) процесс функционирования исследуемой системы, соблюдая логическую и временную последовательность протекания процессов, что позволяет узнать данные о состоянии системы или отдельных ее элементов в определенные моменты времени.

Применение математического моделирования позволяет исследовать объекты, реальные эксперименты над которыми затруднены или невозможны.

Экономический эффект при математическом моделировании состоит в том, что затраты на проектирование систем в среднем сокращаются в 50 раз.

### **Mathcad — система компьютерной алгебры**

Mathcad — система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением, отличается легкостью использования и применения для коллективной работы.

Широкий интерес к системе Mathcad привел к тому, что в России наконец-то появились книги по отдельным версиям. Система Mathcad была создана в 80-х годах в университете Станфорда (США).

Современные версии для ПК готовит фирма MathSoft Application. Достоинство — программирование на языке математики. Это универсальный математический интерфейс:

- Есть мощная поддержка графики.

- Возможен импорт графики из других программ.
- Большое количество встроенных математических функций (сотни).
- Встроенные справочники по предметным областям.
- Возможна анимация.
- Символьная математика.

Недостатки:

- Это интерпретатор.
- Возможности программирования ограничены.

Системы Mathcad пользуются огромной популярностью во всем мире благодаря удобным средствам подготовки документов, имеющих вид обычных статей или книг. В то же время оказывается, что эти средства вполне достаточны для решения подавляющего большинства задач по математике, физике и других направлений науки и техники.

Mathcad является математически ориентированными универсальными системами. Помимо собственно вычислений они позволяют решать оформительские задачи. Они позволяют готовить статьи, книги, диссертации, научные отчеты, дипломные и курсовые проекты с доступным набором самых сложных математических формул и изысканным графическим представлением результатов.

С самого первого своего появления системы класса Mathcad имели удобный пользовательский интерфейс – совокупность средств общения с пользователем в виде масштабируемых и перемещаемых окон, кнопок и иных элементов. У этой системы есть эффективные средства типовой научной графики, они просты в применении и интуитивно понятны. Словом, системы Mathcad ориентированы на массового пользователя – от ученика начальных классов до академика.

Несмотря на то, что эта программа в основном ориентирована на пользователей-непрограммистов, Mathcad также используется в сложных проектах, чтобы визуализировать результаты математического моделирования, путем использования распределённых вычислений и традиционных языков программирования. Также Mathcad часто используется в крупных инженерных проектах, где большое значение имеет трассируемость и соответствие стандартам.

Mathcad достаточно удобно использовать для обучения, вычислений и инженерных расчетов. Открытая архитектура приложения в сочетании с поддержкой технологий NET и XML позволяют легко интегрировать приложение.

Рассмотрим наиболее часто применяемые функции для статистических расчетов, которые встроены в программу.

### 5.3 КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

#### Математическое моделирование сложных систем

Будем считать, что элемент  $s$  есть некоторый объект, обладающий определенными свойствами, внутреннее строение которого для целей исследования не играет роли, например, самолет для моделирования полета – не элемент, а для моделирования работы аэропорта – элемент.

Связь  $l$  между элементами есть процесс их взаимодействия, важный для целей исследования.

Система  $S$  – совокупность элементов со связями  $l$  и целью функционирования системы  $F$ .

Сложная система – это система, состоящая из разнотипных элементов с разнотипными связями.

Большая система – это система, состоящая из большого числа однотипных элементов с однотипными связями.

В общем виде систему математически можно представить в виде:

$$S = \{ \{s\}, \{l\}, F \}$$

Автоматизированная система  $S_A$  есть сложная система с определяющей ролью элементов двух типов: технических средств  $s_T$  и действий человека  $s_H$ :

$$S_A = \{\{s_T\}, \{s_H\}, \{s_O\}, \{I\}, F\}$$

Здесь  $s_O$  - остальные элементы системы.

### **Декомпозиция системы. Характеристики системы**

Декомпозиция системы есть разбиение системы на элементы или группы элементов с указанием связей между ними, неизменными во время функционирования системы.

Практически все системы рассматриваются функционирующими во времени, поэтому определим их динамические характеристики.

Состояние – это множество характеристик элементов системы, изменяющихся во времени и важных для целей ее функционирования.

Процесс (динамика) – это множество значений состояний системы, изменяющихся во времени.

Цель функционирования есть задача получения желаемого состояния системы. Достижение цели обычно влечет целенаправленное вмешательство в процесс функционирования системы, которое называется управлением.

1. Расчет - определение значений параметров системы.
2. Анализ – изучение свойств функционирования системы.
3. Синтез – выбор структуры и параметров по заданным свойствам системы.

### **Параметры системы. Фазовая траектория. Фазовое пространство**

Пусть  $T = [t_0, t_1]$  есть временной интервал моделирования системы  $S$  (интервал модельного времени).

Построение модели начинается с определения параметров и переменных, определяющих процесс функционирования системы.

Параметры системы  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m$  - это характеристики системы, остающиеся постоянными на всем интервале  $T$ .

Переменные бывают зависимые и независимые.

Независимые переменные есть, как правило, входные воздействия (в том числе управляющие)

$$u = u(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t)) \in U \subseteq R^n$$

ими могут быть также воздействия внешней среды.

Последовательность изменения  $x(t)$  при

$$t_1 < t_2 < \dots < t_N$$

называется фазовой траекторией системы,

$x \in X$ , где  $X$  – пространство состояний или фазовое пространство.

Последовательность изменения  $y(t)$  называется выходной траекторией системы.

Зависимые переменные есть выходные характеристики (сигналы)

$$y = y(t) = (y_1(t), \dots, y_n(t)) \in Y \subseteq R^m$$

### **Математическая модель системы**

Общая схема математической модели (ММ) функционирования системы может быть представлена в виде, показанном на рисунке 4.1.

Множество переменных  $\{u, v, \theta, x, y\}$  вместе с законами функционирования

$$x(\dot{t}) = \dots,$$

$$y(\dot{t}) = \dots$$

называется математической моделью системы.

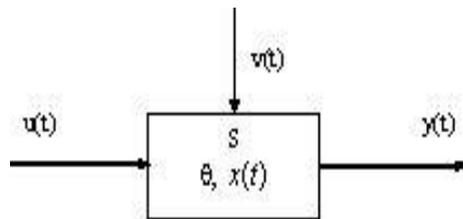


Рисунок 4.1 – Математическая модель системы

Если  $t$  непрерывно, то модель называется непрерывной, иначе – дискретной:  
 $(t = i \cdot \Delta, i = 1, 2, \dots)$

Если модель не содержит случайных элементов, то она называется детерминированной, в противном случае – вероятностной, стохастической.

Если математическое описание модели слишком сложное и частично или полностью неопределенно, то в этом случае используются агрегативные модели.

Сущность агрегативной модели заключается в разбиении системы на конечное число взаимосвязанных частей (подсистем), каждая из которых допускает стандартное математическое описание. Эти подсистемы называются агрегатами.

Моделирование случайных элементов в системах является одной из самых базовых задач математического моделирования.

Типы базовых датчиков:

- физические (любой физический шум), в последнее время практически не используются, т.к. характеристики нестабильны и реализацию повторить нельзя;
- псевдослучайные датчики.

Требования к базовым датчикам:

Отрезок аperiodичности.

Равномерность.

Некоррелированность.

### **Функции регрессии.**

Широко распространенной задачей обработки данных является представление их совокупности некоторой функцией  $y(x)$ . Такое представление называется регрессией. Задача регрессии в том чтобы получить параметры функции такими, при которых функция приближает "облако" исходных точек с наименьшей квадратичной погрешностью.

Известны:

- Линейная регрессия (прямая линия);
- Полиномиальная регрессия (полином);
- Линейная регрессия общего вида (линейная сумма произвольных функций);
- Нелинейная регрессия общего вида (произвольная функция);
- Линейная регрессия.

При линейной регрессии функция  $y(x)$  имеет вид  $y(x) = ax + b$  и описывает отрезок прямой.

### **Функция предсказания**

На практике нередко приходится сталкиваться с задачей расчёта последующих точек по ряду известных точек – задачей предсказания. Для предсказания поведения функциональной зависимости в Mathcad имеется функция: `predict (data,k,N)` – предсказание, где `data` – вектор данных, `k` – число точек предшествующих предсказанию, `N` – число предсказываемых точек данных.

Функция предсказания обеспечивает высокую точность при монотонных исходных функциях или функциях, представляемых полиномом невысокой степени.

Функция `predict` применима к предсказуемым событиям, поведение которых описывается реальной математической зависимостью. В странах со стабильной экономикой эта функция вполне применима для описания сезонных и стабильных колебаний курса валют, прибылей фирм, продаж товаров и т.д.

Пример построения линейной регрессии:

$$VX := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad VY := \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 15 \\ 21 \\ 28 \end{pmatrix} \quad \text{Исходные данные } ORIGIN := 1$$

Вычислим коэффициенты  $a$  и  $b$  линейной регрессии:

$$a := \text{intercept}(VX, VY) \quad b := \text{slope}(VX, VY) \quad i := 1..6 \quad f(x) := a + b \cdot x \quad a = -1.6 \quad b = 5.8$$

$$\text{corr}(VX, VY) = 0,996 \quad f(3) = 15,8 \quad \text{linterp}(VX, VY, 3) = 15$$

По этим данным строим график линейной регрессии:

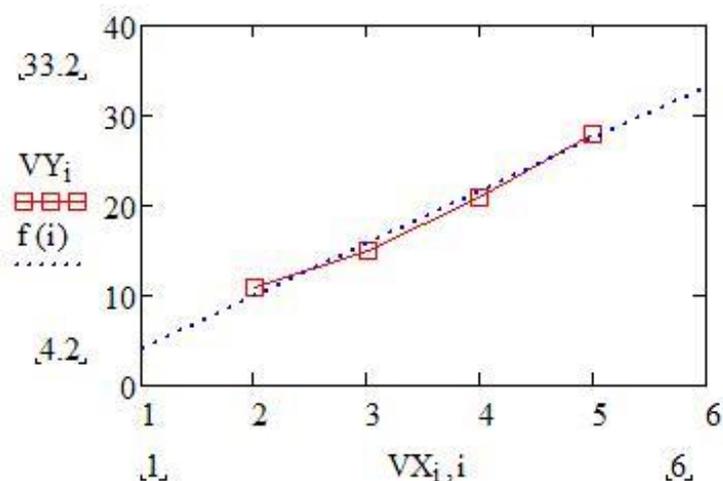


Рисунок 4.2 -Линейная регрессия

## 5.4 ПОСТРОЕНИЕ ДИАГРАММ С ПРИМЕНЕНИЕМ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

### Понятие о статических графиках. Основные элементы графика

Полученный в результате статистического исследования материал нередко изображается с помощью точек, геометрических линий и фигур или географических картосхем, т.е. графиков.

В статистике графиком называют наглядное изображение статистических величин и их соотношений при помощи геометрических точек, линий, фигур или географических картосхем.

Представление данных в графическом виде позволяет решать самые разнообразные задачи. Основное достоинство такого представления — наглядность. На графиках легко просматривается тенденция к изменению. Можно даже определять скорость изменения тенденции. Различные соотношения, прирост, взаимосвязь различных процессов — все это легко можно увидеть на графиках.

Графики придают изложению статистических данных большую наглядность, чем таблицы, выразительность, облегчают их восприятие и анализ. Статистический график позволяет зрительно оценить характер изучаемого явления, присущие ему

закономерности, тенденции развития, взаимосвязи с другими показателями, географическое разрешение изучаемых явлений. Еще в древности китайцы говорили, что одно изображение заменяет тысячу слов. Графики делают статистический материал более понятным, доступным и неспециалистам, привлекают внимание широкой аудитории к статистическим данным, популяризируют статистику и статистическую информацию.

При любой возможности анализ статистических данных рекомендуется всегда начинать с их графического изображения. График позволяет сразу получить общее представление обо всей совокупности статистических показателей. Графический метод анализа выступает как логическое продолжение табличного метода и служит целям получения обобщающих статистических характеристик процессов, свойственных массовым явлениям.

При помощи графического изображения статистических данных решаются многие задачи статистического исследования:

- наглядное представление величины показателей (явлений) в сравнении друг с другом;
- характеристика структуры какого-либо явления;
- изменение явления во времени;
- ход выполнения плана;
- зависимость изменения одного явления от изменения другого;
- распространенность или размещение каких-либо величин по территории.

Другими словами, в статистических исследованиях применяются самые разнообразные графики. В каждом графике выделяют (различают) следующие основные элементы:

- пространственные ориентиры (систему координат);
- графический образ;
- поле графика;
- масштабные ориентиры;
- экспликация графика;
- наименование графика

Иногда п.5 и п.6 объединяют в один элемент.

А) Пространственные ориентиры задаются в виде системы координатных сеток. В статистических графиках чаще всего применяется система прямоугольных координат. Иногда используется принцип полярных (угловых) координат (круговые графики). В картограммах средствами пространственной ориентации являются границы государств, границы административных его частей, географические ориентиры (контуры рек, береговых линий морей и океанов). На осях системы координат или на карте в определенном порядке располагаются характеристики статистических признаков изображаемых явлений или процессов. Признаки, располагаемые на осях координат, могут быть качественными или количественными.

Б) Графический образ статистических данных представляет собой совокупность линий, фигур, точек, образующих геометрические фигуры разной формы (окружность, квадраты, прямоугольники и т.п.) с различной штриховкой, окраской, густотой нанесения точек.

Любое явление, изучаемое статистикой, можно представить в графической форме. Для этого требуется найти правильное графическое решение, определить тот графический образ, который лучше всего соответствует данному явлению, нагляднее изображает статистические данные. Графический образ должен соответствовать цели графика. Поэтому перед построением графика необходимо уяснить сущность явления и цель, которая ставится перед графическим изображением. Выбранная форма графика должна соответствовать внутреннему содержанию и характеру статистического показателя. Например, сравнение на графике производится по таким измерениям, как площадь, длина одной из сторон фигур, местонахождением точек, их густотой и т.д.

Так, для изображения изменений явления во времени наиболее естественным типом графика является линия. Для рядов распределения – полигон или гистограмма.

Каждый из основных видов графических изображений в статистической практике строится с учетом определенных правил. В статистических исследованиях для выяснения характерных черт и особенностей массовых явлений, познания типичного в этих явлениях и решения других задач широко используется сравнение одних абсолютных, средних и относительных статистических величин с другими. Анализ – это, прежде всего сравнение и сопоставление статистических данных. Нередко возникает необходимость сопоставления результатов статистического исследования конкретного явления с величинами типичного (идеального) явления аналогичной природы. Поэтому наглядное представление (графическое изображение) сравнения статистических показателей относится к наиболее распространенным графикам в статистике. Для этих целей применяются диаграммы.

Диаграмма – это графическое изображение, наглядно показывающее соотношение между сравниваемыми величинами. Диаграмма представляет собой чертеж, на котором статистические данные условно изображаются геометрическими линиями, фигурами и телами различных размеров.

Различают следующие основные виды графиков (диаграмм) сравнения:

- столбиковые;
- полосовые;
- квадратные;
- круговые;
- фигурные.

Для построения диаграмм используются следующие компьютерные программы Excel, Mathcad, MATLAB и другие.

Для создания графиков в системе Mathcad имеется программный графический процессор. Основное внимание при его разработке было уделено обеспечению простоты задания графиков и их модификации с помощью соответствующих параметров. Процессор позволяет строить самые разные графики, например в декартовой и полярной системе координат, трехмерные поверхности, графики уровней.

Для построения графиков используются шаблоны. Их перечень содержит подменю Graph меню Insert. Большинство параметров графического процессора, необходимых для построения графиков, по умолчанию задается автоматически, поэтому для начального построения графика того или иного вида достаточно задать тип графика. В подменю Graph содержится список из семи основных типов графиков. Они позволяют выполнить следующие действия:

X – Y Plot (декартов график) – создать шаблон двухмерного графика в декартовой системе координат;

Polar Plot (полярный график) – создать шаблон графика в полярных координатах;

3D Plot Wizard (мастер трехмерных графиков) – вызов Мастера для построения трехмерных графиков с заданными свойствами;

Surface Plot (график поверхности) - создать шаблон для построения трехмерного графика;

Contour Plot (карта линий уровня) – создать шаблон для контурного графика трехмерной поверхности;

3D Scatter Plot (точечный график) – создать шаблон для графика в виде точек (фигур) в трехмерном пространстве;

3D Bar Plot (трехмерная столбиковая диаграмма) – создать шаблон для изображения в виде совокупности столбиков в трехмерном пространстве;

Vector Field Plot (векторное поле) – создать шаблон для графика векторного поля на плоскости.

С понятием графики связано представление о графических объектах, имеющих определенные свойства. В большинстве случаев об объектах можно забыть, если вы не занимаетесь объектно-ориентированным программированием. Большинство команд высокоуровневой графики ориентированы на конечного пользователя. Они автоматически устанавливают свойство графических объектов и обеспечивают воспроизведение графики в нужной системе координат, палитре цветов, масштабе и т.д.

### Построение графика поверхности в системе Mathcad.

Построение поверхностей по матрице аппликат их точек. Поскольку элементы матрицы  $M$  – переменные с целочисленными индексами, то перед созданием матрицы требуется задать индексы в виде ранжированных переменных с целочисленными значениями, а затем уже из них формировать сетку значений  $x$  и  $y$  – координат для аппликат  $z(x,y)$ . Значения  $x$  и  $y$  при этом обычно должны быть вещественными числами, нередко как положительными, так и отрицательными. После выполнения указанных выше определений вводится шаблон графика (команда Surface Plot).

#### Построение Графика Поверхности

$z(x,y) := \cos(x,y)$       Функция двух переменных  $x, y$   
 $i := 0..20$      $j := 0..20$     Целочисленные индексы

$$M_{i,j} := z \left[ \frac{(i-10)}{5}, \frac{(j-10)}{5} \right]$$

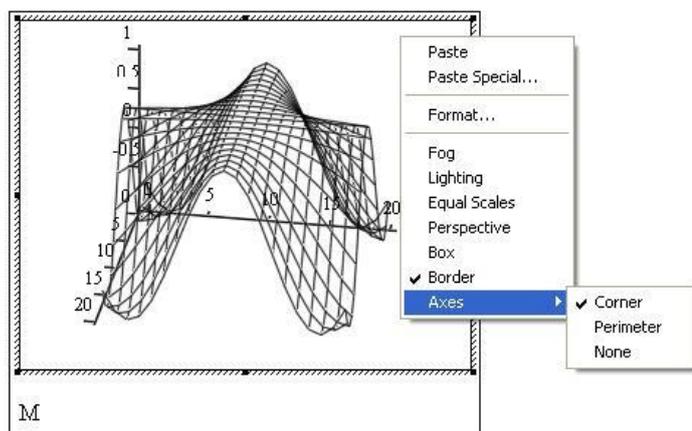


Рисунок 5.1 - Построение поверхности без удаления невидимых линий

Необходимо построить график поверхности в системе Mathcad, отформатировав его, применив алгоритм функциональной окраски и удаление невидимых линий. Показано, как отформатировать график, применение алгоритма функциональной окраски поверхности и удаление невидимых линий.

### Построение Графика Поверхности

$z(x,y) := \cos(xy)$       Функция двух переменных  $x, y$   
 $i := 0..20$        $j := 0..20$       Целочисленные индексы

$$M_{i,j} := z\left[\frac{(i-10)}{5}, \frac{(j-10)}{5}\right]$$

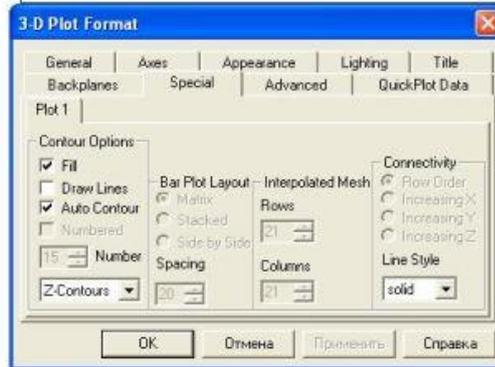
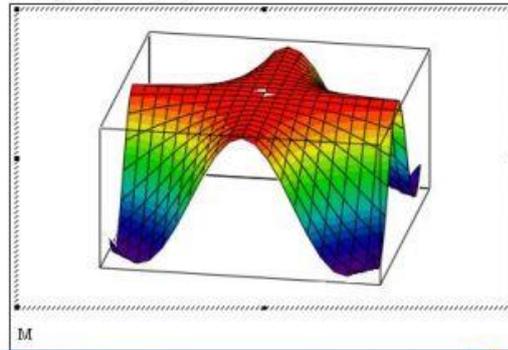


Рисунок 5.2 - Построение графика поверхности в системе Mathcad

### Построение трехмерного графика в системе Mathcad

В программе Mathcad есть возможность построения трехмерных графиков – без задания матриц аппликат поверхностей. Единственным недостатком такого упрощенного метода построения поверхностей является неопределенность в масштабировании, поэтому графики требуют форматирования.

Построение графика поверхности без задания матрицы

$z(x,y) := \cos(xy)$       Функция двух переменных  $x, y$

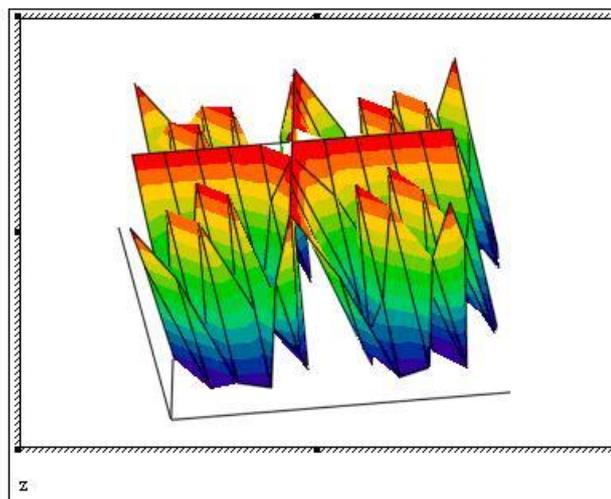
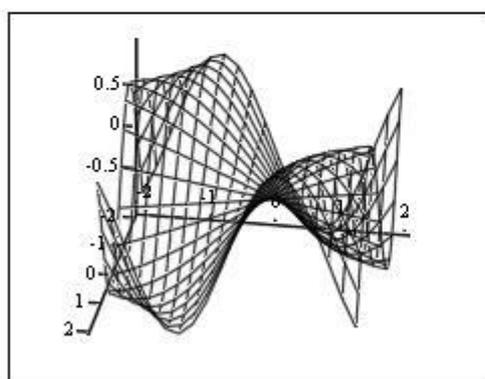


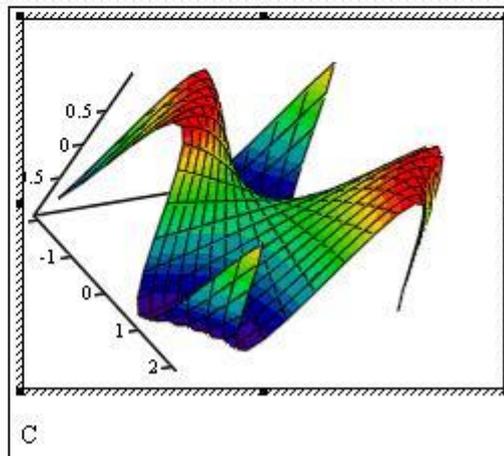
Рисунок 6.1 - Построение графика поверхности без задания матрицы

### Применение графической функции CreateMesh

1. Зададим функцию двух переменных  $H(u, v) := \sin(u \cdot v)$
2. Зададим пределы изменения переменных  $u0 := -2 \quad u1 := 2$   
 $v0 := -2 \quad v1 := 2$
3. Используя функцию CreateMesh создадим матрицу поверхности  
 $C := \text{CreateMesh}(H, u0, u1, v0, v1)$
4. Задав построение графика типа Surface Plot, получим



C



C

Рисунок 6.2 - Построение графика поверхности с применением функции CreateMesh

Еще один пример применения функции CreateMesh – построение объемной фигуры, которая получается вращением кривой, заданной функцией  $f(x)$ , вокруг оси X или Y. На рисунке 6.3 показан пример решения данной задачи.

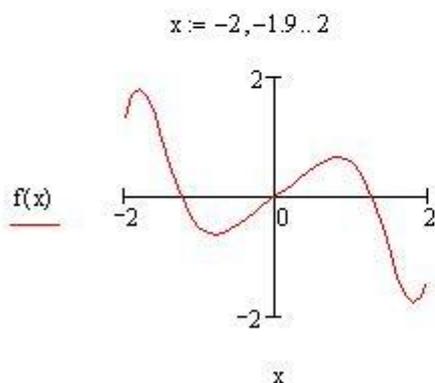
#### Построение фигуры, полученной вращением кривой вокруг оси X

$$f(x) := x \cdot \cos(x^2) \quad a := -2 \quad b := 2 \quad \text{mesh} := 30$$

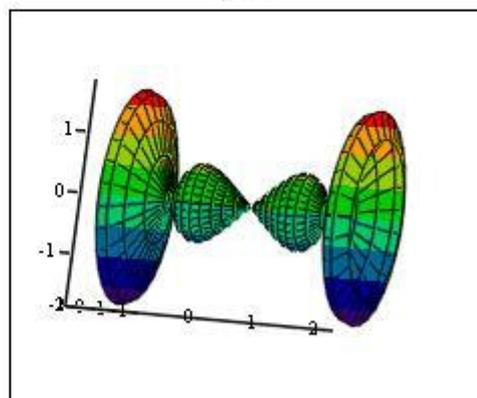
$$F(u, v) := u \quad G(u, v) := f(u) \cdot \cos(v) \quad H(u, v) := f(u) \cdot \sin(v)$$

$$S := \text{CreateMesh}(F, G, H, a, b, 0, 2\pi, \text{mesh})$$

График функции  $f(x)$



Поверхность вращения графика  $f(x)$



S

Рисунок 6.3 – Фигура, полученная вращением кривой.

## 5.5 ПРИМЕНЕНИЕ ДИАГРАММ БАЙЕСА. ЗАДАЧИ ВЫБОРА И КЛАССИФИКАЦИИ

### Байесовская классификация

Альтернативные названия: байесовское моделирование, байесовская статистика, метод байесовских сетей. Изначально байесовская классификация использовалась для формализации знаний экспертов в экспертных системах, сейчас байесовская классификация также применяется в качестве одного из методов Data Mining.

Так называемая наивная классификация или наивно-байесовский подход (naive-bayes approach) является наиболее простым вариантом метода, использующего байесовские сети. При этом подходе решаются задачи классификации, результатом работы метода являются так называемые "прозрачные" модели.

"Наивная" классификация - достаточно прозрачный и понятный метод классификации. "Наивной" она называется потому, что исходит из предположения о взаимной независимости признаков.

Свойства наивной классификации:

- Использование всех переменных и определение всех зависимостей между ними.
- Наличие двух предположений относительно переменных:
  - все переменные являются одинаково важными;
  - все переменные являются статистически независимыми, т.е. значение одной переменной ничего не говорит о значении другой.

Большинство других методов классификации предполагают, что перед началом классификации вероятность того, что объект принадлежит тому или иному классу, одинакова; но это не всегда верно.

Допустим, известно, что определенный процент данных принадлежит конкретному классу. Возникает вопрос, можем ли мы использовать эту информацию при построении модели классификации? Существует множество реальных примеров использования этих априорных знаний, помогающих классифицировать объекты. Типичный пример из медицинской практики. Если доктор отправляет результаты анализов пациента на дополнительное исследование, он относит пациента к какому-то определенному классу. Каким образом можно применить эту информацию? Мы можем использовать ее в качестве дополнительных данных при построении классификационной модели.

Отмечают такие достоинства байесовских сетей как метода Data Mining:

- в модели определяются зависимости между всеми переменными, это позволяет легко обрабатывать ситуации, в которых значения некоторых переменных неизвестны;
- байесовские сети достаточно просто интерпретируются и позволяют на этапе прогностического моделирования легко проводить анализ по сценарию "что, если";
- байесовский метод позволяет естественным образом совмещать закономерности, выведенные из данных, и, например, экспертные знания, полученные в явном виде;
- использование байесовских сетей позволяет избежать проблемы переучивания (overfitting), то есть избыточного усложнения модели, что является слабой стороной многих методов (например, деревьев решений и нейронных сетей).

Наивно-байесовский подход имеет следующие недостатки:

- перемножать условные вероятности корректно только тогда, когда все входные переменные действительно статистически независимы; хотя часто данный метод показывает достаточно хорошие результаты при несоблюдении условия статистической независимости, но теоретически такая ситуация должна обрабатываться более сложными методами, основанными на обучении байесовских сетей;

- невозможна непосредственная обработка непрерывных переменных - требуется их преобразование к интервальной шкале, чтобы атрибуты были дискретными; однако такие преобразования иногда могут приводить к потере значимых закономерностей;

- на результат классификации в наивно-байесовском подходе влияют только индивидуальные значения входных переменных, комбинированное влияние пар или троек значений разных атрибутов здесь не учитывается. Это могло бы улучшить качество классификационной модели с точки зрения ее прогнозирующей точности, однако, увеличило бы количество проверяемых вариантов.

Байесовская классификация нашла широкое применение на практике.

### **Байесовская фильтрация по словам**

Не так давно байесовская классификация была предложена для персональной фильтрации спама. Первый фильтр был разработан Полем Грахемом (Paul Graham). Для работы алгоритма требуется выполнение двух требований.

Первое требование - необходимо, чтобы у классифицируемого объекта присутствовало достаточное количество признаков. Этому идеально удовлетворяют все слова писем пользователя, за исключением совсем коротких и очень редко встречающихся.

Второе требование - постоянное переобучение и пополнение набора "спам - не спам". Такие условия очень хорошо работают в локальных почтовых клиентах, так как поток "не спама" у конечного клиента достаточно постоянен, а если изменяется, то не быстро.

Однако для всех клиентов сервера точно определить поток "не спама" довольно сложно, поскольку одно и то же письмо, являющееся для одного клиента спамом, для другого спамом не является. Словарь получается слишком большим, не существует четкого разделения на спам и "не спам", в результате качество классификации, в данном случае решение задачи фильтрации писем, значительно снижается.

### **Методы классификации и прогнозирования. Деревья решений**

Метод деревьев решений (decision trees) является одним из наиболее популярных методов решения задач классификации и прогнозирования. Иногда этот метод Data Mining также называют деревьями решающих правил, деревьями классификации и регрессии. Как видно из последнего названия, при помощи данного метода решаются задачи классификации и прогнозирования.

Если зависимая, т.е. целевая переменная принимает дискретные значения, при помощи метода дерева решений решается задача классификации.

Если же зависимая переменная принимает непрерывные значения, то дерево решений устанавливает зависимость этой переменной от независимых переменных, т.е. решает задачу численного прогнозирования.

Впервые деревья решений были предложены Ховилендом и Хантом (Hoveland, Hunt) в конце 50-х годов прошлого века. Самая ранняя и известная работа Ханта и др., в которой излагается суть деревьев решений - "Эксперименты в индукции" ("Experiments in Induction") - была опубликована в 1966 году.

В наиболее простом виде дерево решений - это способ представления правил в иерархической, последовательной структуре. Основа такой структуры - ответы "Да" или "Нет" на ряд вопросов.

На рисунке 8.1 приведен пример дерева решений, задача которого - ответить на вопрос: "Играть ли в гольф?" Чтобы решить задачу, т.е. принять решение, играть ли в гольф, следует отнести текущую ситуацию к одному из известных классов (в данном случае - "играть" или "не играть"). Для этого требуется ответить на ряд вопросов, которые находятся в узлах этого дерева, начиная с его корня.

Первый узел нашего дерева "Солнечно?" является узлом проверки, т.е. условием. При положительном ответе на вопрос осуществляется переход к левой части дерева, называемой левой ветвью, при отрицательном - к правой части дерева. Таким образом, внутренний узел дерева является узлом проверки определенного условия. Далее идет следующий вопрос и т.д., пока не будет достигнут конечный узел дерева, являющийся

узлом решения. Для нашего дерева существует два типа конечного узла: "играть" и "не играть" в гольф.

В результате прохождения от корня дерева (иногда называемого корневой вершиной) до его вершины решается задача классификации, т.е. выбирается один из классов - "играть" и "не играть" в гольф.

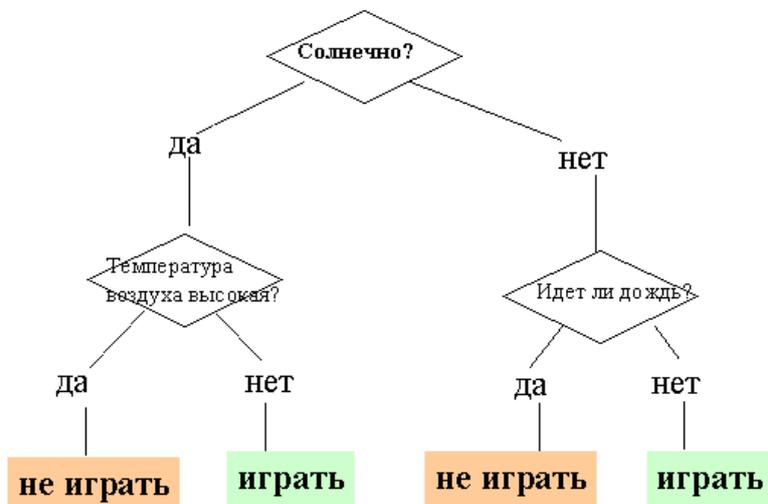


Рисунок 8.1 - Дерево решений "Играть ли в гольф?"

Целью построения дерева решения в нашем случае является определение значения категориальной зависимой переменной.

Итак, для нашей задачи основными элементами дерева решений являются:

- Корень дерева: "Солнечно?"
- Внутренний узел дерева или узел проверки: "Температура воздуха высокая?", "Идет ли дождь?"
- Лист, конечный узел дерева, узел решения или вершина: "Играть", "Не играть"
- Ветвь дерева (случай ответа): "Да", "Нет".

В рассмотренном примере решается задача бинарной классификации, т.е. создается дихотомическая классификационная модель. Пример демонстрирует работу так называемых бинарных деревьев.

В узлах бинарных деревьев ветвление может вестись только в двух направлениях, т.е. существует возможность только двух ответов на поставленный вопрос ("да" и "нет").

### Построение классификационной модели

Бинарные деревья являются самым простым, частным случаем деревьев решений. В остальных случаях, ответов и, соответственно, ветвей дерева, выходящих из его внутреннего узла, может быть больше двух.

Рассмотрим более сложный пример. База данных, на основе которой должно осуществляться прогнозирование, содержит следующие ретроспективные данные о клиентах банка, являющиеся ее атрибутами: возраст, наличие недвижимости, образование, среднемесячный доход, вернул ли клиент вовремя кредит. Задача состоит в том, чтобы на основании перечисленных выше данных (кроме последнего атрибута) определить, стоит ли выдавать кредит новому клиенту.

Такая задача решается в два этапа: построение классификационной модели и ее использование.

На этапе построения модели, собственно, и строится дерево классификации или создается набор неких правил. На этапе использования модели построенное дерево, или путь от его корня к одной из вершин, являющийся набором правил для конкретного клиента, используется для ответа на поставленный вопрос "Выдавать ли кредит?"

Правилom является логическая конструкция, представленная в виде "если...: то...".

На рисунке 9.2 приведен пример дерева классификации, с помощью которого решается задача "Выдавать ли кредит клиенту?". Она является типичной задачей классификации, и при помощи деревьев решений получают достаточно хорошие варианты ее решения.

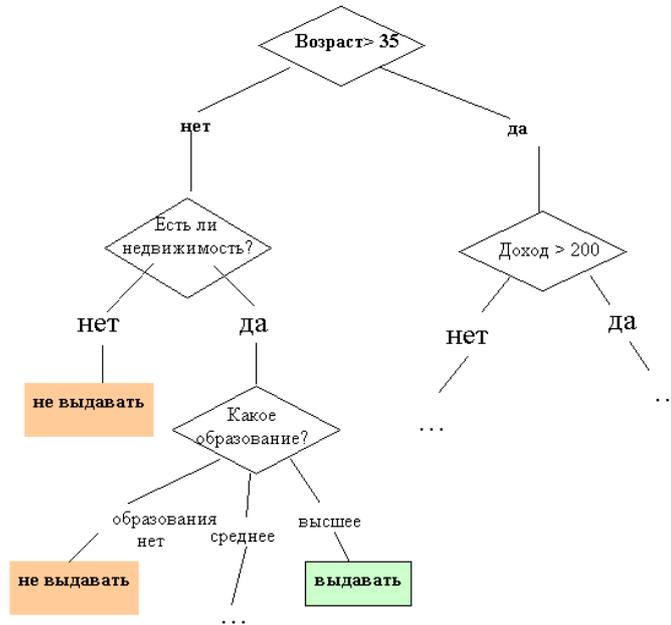


Рис. 9.2. Дерево решений "Выдавать ли кредит?"

Как мы видим, внутренние узлы дерева (возраст, наличие недвижимости, доход и образование) являются атрибутами описанной выше базы данных. Эти атрибуты называют прогнозирующими, или атрибутами расщепления (splitting attribute). Конечные узлы дерева, или листья, именуется метками класса, являющимися значениями зависимой категориальной переменной "выдавать" или "не выдавать" кредит.

Каждая ветвь дерева, идущая от внутреннего узла, отмечена предикатом расщепления. Последний может относиться лишь к одному атрибуту расщепления данного узла. Характерная особенность предикатов расщепления: каждая запись использует уникальный путь от корня дерева только к одному узлу-решению. Объединенная информация об атрибутах расщепления и предикатах расщепления в узле называется критерием расщепления (splitting criterion).

На рисунке 9.1 изображено одно из возможных деревьев решений для рассматриваемой базы данных. Например, критерий расщепления "Какое образование?", мог бы иметь два предиката расщепления и выглядеть иначе: образование "высшее" и "не высшее". Тогда дерево решений имело бы другой вид.

Таким образом, для данной задачи (как и для любой другой) может быть построено множество деревьев решений различного качества, с различной прогнозирующей точностью.

Качество построенного дерева решения весьма зависит от правильного выбора критерия расщепления. Над разработкой и усовершенствованием критериев работают многие исследователи.

Метод деревьев решений часто называют "наивным" подходом [34]. Но благодаря целому ряду преимуществ, данный метод является одним из наиболее популярных для решения задач классификации.

## **Преимущества деревьев решений**

Интуитивность деревьев решений. Классификационная модель, представленная в виде дерева решений, является интуитивной и упрощает понимание решаемой задачи. Результат работы алгоритмов конструирования деревьев решений, в отличие, например, от нейронных сетей, представляющих собой "черные ящики", легко интерпретируется пользователем. Это свойство деревьев решений не только важно при отнесении к определенному классу нового объекта, но и полезно при интерпретации модели классификации в целом. Дерево решений позволяет понять и объяснить, почему конкретный объект относится к тому или иному классу.

Деревья решений дают возможность извлекать правила из базы данных на естественном языке. Пример правила: Если Возраст  $> 35$  и Доход  $> 200$ , то выдать кредит.

Деревья решений позволяют создавать классификационные модели в тех областях, где аналитику достаточно сложно формализовать знания.

Алгоритм конструирования дерева решений не требует от пользователя выбора входных атрибутов (независимых переменных). На вход алгоритма можно подавать все существующие атрибуты, алгоритм сам выберет наиболее значимые среди них, и только они будут использованы для построения дерева. В сравнении, например, с нейронными сетями, это значительно облегчает пользователю работу, поскольку в нейронных сетях выбор количества входных атрибутов существенно влияет на время обучения.

Точность моделей, созданных при помощи деревьев решений, сопоставима с другими методами построения классификационных моделей (статистические методы, нейронные сети).

Разработан ряд масштабируемых алгоритмов, которые могут быть использованы для построения деревьев решения на сверхбольших базах данных; масштабируемость здесь означает, что с ростом числа примеров или записей базы данных время, затрачиваемое на обучение, т.е. построение деревьев решений, растет линейно. Примеры таких алгоритмов: SLIQ, SPRINT.

Быстрый процесс обучения. На построение классификационных моделей при помощи алгоритмов конструирования деревьев решений требуется значительно меньше времени, чем, например, на обучение нейронных сетей.

Большинство алгоритмов конструирования деревьев решений имеют возможность специальной обработки пропущенных значений.

Многие классические статистические методы, при помощи которых решаются задачи классификации, могут работать только с числовыми данными, в то время как деревья решений работают и с числовыми, и с категориальными типами данных.

Многие статистические методы являются параметрическими, и пользователь должен заранее владеть определенной информацией, например, знать вид модели, иметь гипотезу о виде зависимости между переменными, предполагать, какой вид распределения имеют данные. Деревья решений, в отличие от таких методов, строят непараметрические модели. Таким образом, деревья решений способны решать такие задачи Data Mining, в которых отсутствует априорная информация о виде зависимости между исследуемыми данными.

### **Процесс конструирования дерева решений**

Напомним, что рассматриваемая нами задача классификации относится к стратегии обучения с учителем, иногда называемого индуктивным обучением. В этих случаях все объекты тренировочного набора данных заранее отнесены к одному из predetermined классов.

Алгоритмы конструирования деревьев решений состоят из этапов "построение" или "создание" дерева (tree building) и "сокращение" дерева (tree pruning). В ходе создания дерева решаются вопросы выбора критерия расщепления и остановки обучения (если это предусмотрено алгоритмом). В ходе этапа сокращения дерева решается вопрос отсечения некоторых его ветвей.

Рассмотрим эти вопросы подробнее.

**Критерий расщепления**

Процесс создания дерева происходит сверху вниз, т.е. является нисходящим. В ходе процесса алгоритм должен найти такой критерий расщепления, иногда также называемый критерием разбиения, чтобы разбить множество на подмножества, которые бы ассоциировались с данным узлом проверки. Каждый узел проверки должен быть помечен определенным атрибутом. Существует правило выбора атрибута: он должен разбивать исходное множество данных таким образом, чтобы объекты подмножеств, получаемых в результате этого разбиения, являлись представителями одного класса или же были максимально приближены к такому разбиению. Последняя фраза означает, что количество объектов из других классов, так называемых "примесей", в каждом классе должно стремиться к минимуму.

Существуют различные критерии расщепления. Наиболее известные - мера энтропии и индекс Gini.

В некоторых методах для выбора атрибута расщепления используется так называемая мера информативности подпространств атрибутов, которая основывается на энтропийном подходе и известна под названием "мера информационного выигрыша" (information gain measure) или мера энтропии.

## **6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

#### **6.1.1. Перечень основной литературы**

1. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем: Учебник для вузов. – М.: Высшая школа, 2017.
2. Советов Б.Я., Яковлев С.А. Моделирование систем: Практикум. – М.: Высшая школа, 2016. – 224 с.

#### **6.1.2. Перечень дополнительной литературы**

1. Кудрявцев Е.М. GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем. – М.: DMK Press, 2017. – 320 с.
2. Дьяконов В., Круглов В. MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем. Специальный справочник. – СПб.: Питер. 2016.

### **6.2. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

1. Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Основы компьютерного моделирования».
2. Методические рекомендации для студентов по организации самостоятельной работы по дисциплине «Основы компьютерного моделирования».

### **6.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины**

1. Национальный Открытый Университет. Интуит. <http://www.intuit.ru>.
2. Федеральный портал «Российское образование». <http://www.edu.ru>.
3. Российская государственная библиотека. <http://www.rsl.ru>.
4. Ресурс по математическому моделированию. Exponenta.ru.