МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) СКФУ в г. Пятигорске

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора по учебной работе
ИСТиД (филиал) СКФУ в г. Пятигорске
__________________ М.В. Мартыненко
«_______» _________________ 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

КОРРЕКТИРУЮЩИЙ КУРС ПО МАТЕМАТИКЕ

Направление подготовки	08.03.01 Строительство
Направленность (профиль)	Строительство зданий и сооружений
Квалификация выпускника	Бакалавр
Форма обучения	очная
Год начала обучения	2020
Изучается в 1 семестре	

СОГЛАСОВАНО:
Зав. кафедрой строительства
___________________ Щитов Д.В.
«__» _____________ 2020 г.

Рассмотрено УМК
Протокол №___
от «___»________________2020 г.

Председатель УМК института
______________ Нарыжная А.Б.

РАЗРАБОТАНО:
Зав. кафедрой физики электротехники
и электроэнергетики
___________________ Пермяков А.В.
«__» _____________ 2020 г.

Доцент кафедры ФЭиЭ
___________________Манторова И.В.
«__» ____________ 2020г.

Пятигорск, 2020

1. **Цель и задачи освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины «Корректирующий курс по математике» является формирование набора общепрофессиональных компетенций бакалавра по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство».

Задачи освоения дисциплины: повторение и систематизация знаний и умений курса математики средней школы.

2. **Место дисциплины в структуре основной образовательной программы**

Дисциплина «Корректирующий курс по математике» является факультативом в плане подготовки бакалавра направления 08.03.01 «Строительство». Ее освоение происходит в 1 семестре.

3. **Связь с предшествующими дисциплинами**

Предшествующих дисциплин нет.

4. **Связь с последующими дисциплинами**

Дисциплина служит основой для изучения дисциплины «Математика».

5. **Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю) соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

5.1 Наименование компетенции

Код	Формулировка:
ОПК-1	Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата

5.2 Знания, умения и навыки и (или) опыт деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций

Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций	Формируемые компетенции
Знать: множество, действия над множествами, числовые множества; алгебраические уравнения и неравенства; тригонометрические уравнения и неравенства; показательные и логарифмические уравнения и неравенства. **Уметь:** эффективно использовать методы математики при решении задач, связанных со сферой профессиональной деятельности. **Владеть:** навыками применения современного математического инструментария для решения задач профессиональной деятельности.	ОПК-1

6. **Объем учебной дисциплины/модуля**

Объем занятий: Итого 27 ч. 1 з.е.
В том числе аудиторных 13,5 ч.
Из них:
Практических занятий 13,5 ч.
Самостоятельной работы 13,5 ч.

7. **Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества астрономических часов и видов занятий**

7.1 Тематический план дисциплины

№	Раздел (тема) дисциплины	Реализуемые компетенции	Контактная работа обучающихся с преподавателем, часов				Самостоятельная работа, часов
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Групповые консультации	
1 семестр							
1	**Тема 1. Множества.** Обозначение множеств. Принадлежность элемента множеству. Пустое множество. Подмножество. Универсальное множество. Равенство множеств. Способы задания множеств. Действия над множествами.	ОПК-1		1,5			1,5
2	**Тема 2. Множество комплексных чисел.** Понятие комплексного числа, формы его записи, действия над комплексными числами.	ОПК-1		1,5			1,5
3	**Тема 3. Формулы сокращенного умножения. Бином Ньютона.** Преобразования алгебраических выражений. Формула бинома Ньютона и ее свойства. Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля.	ОПК-1		1,5			1,5
4	**Тема 4. Многочлены. Действия над многочленами.** Многочлен n-ой степени. Приведенный многочлен. Равенство многочленов. Действия над многочленами. Схема Горнера. Разложение на множители.	ОПК-1		1,5			1,5
5	**Тема 5. Алгебраические уравнения высших степеней.** Уравнением n-й степени. Однородное, линейное, квадратное, биквадратное, симметрическое уравнения. Методы решения.	ОПК-1		1,5			1,5
6	**Тема 6. Дробно-рациональные уравнения. Уравнения с модулем.** Вид дробно-рационального уравнения, ОДЗ. Методы решения. Модуль числа. Свойства модуля. Основные типы уравнений с модулем и методы их решения.	ОПК-1		1,5			1,5
7	**Тема 7. Алгебраические неравенства.** Равносильность неравенств, свойства равносильности. Линейные, квадратные	ОПК-1		1,5			1,5

	неравенства. Метод интервалов. Дробно-рациональное неравенство. Двойные неравенства. Система неравенств. Совокупность неравенств. Неравенства с модулем.						
8	**Тема 8. Тригонометрические уравнения и неравенства.** Простейшие тригонометрические уравнения. Уравнения, решаемые разложением на множители. Уравнения, решаемые с помощью формул преобразования произведения тригонометрических функций в сумму. Уравнения, решаемые с помощью замены переменной. Однородные уравнения. Простейшие тригонометрические неравенства и неравенства, сводящиеся к ним.	ОПК-1		1,5			1,5
9	**Тема 9. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.** Типы показательных уравнений и способы их решения. Показательно-степенные уравнения, логарифмические уравнения. Типы и способы решения. Показательны, показательно-степенные, логарифмические неравенства, способы их решения.	ОПК-1		1,5			1,5
	Итого за 1 семестр			**13,5**			**13,5**

7.2 Наименование и содержание лекций

Лекции учебным планом не предусмотрены.

7.3 Наименование лабораторных работ

Лабораторные работы учебным планом не предусмотрены.

7.4 Наименование практических занятий

№ Темы	Наименование работы	Обьем часов	Форма проведения
	1 семестр		
1	Множества и операции над ними. Числовые множества. Некоторые обозначения.	1,5	
2	Понятие комплексного числа, формы его записи, действия над комплексными числами.	1,5	
3	Формулы сокращенного умножения. Бином Ньютона.	1,5	
4	Многочлены. Действия над многочленами.	1,5	
5	Алгебраические уравнения высших степеней.	1,5	
6	Дробно-рациональные уравнения. Уравнения с модулем.	1,5	
7	Алгебраические неравенства.	1,5	
8	Тригонометрические уравнения и неравенства.	1,5	
9	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.	1,5	

	Итого за 1 семестр	13,5

7.5 Технологическая карта самостоятельной работы студента

Коды реалезуемых копетенций	Вид деятельности студентов	Итоговый продукт самостоятельной работы	Средства и технологии оценки	Обьем часов, в том числе		
				СРС	Контактная работа с преподавателем	Всего
1 семестр						
ОПК-1	Подготовка к практическим занятиям	Конспект	Комплект заданий и вопросов по разделам дисциплины	2,43	0,27	2,7
ОПК-1	Самостоятельное изучение литературы по темам 1-9	Конспект	Комплект заданий и вопросов по разделам дисциплины	9,72	1,08	10,8
Итого за 1 семестр:				**12,15**	**1,35**	**13,5**

8. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

8.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОП ВО. Паспорт фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств, позволяющий оценить уровень сформированности компетенций, размещен в УМК дисциплины «Корректирующий курс по математике» на кафедре физики, элктротехники и электроэнергетики представлен следующими компонентами:

Код оцениваемой компетенции	**Этап формирования компетенции (№ темы)**	**Средства и технологии оценки**	**Тип контроля (текущий/промежуточный)**	**Вид контроля**	**Наименование оценочного средства**
ОПК-1	Темы 1-9	Комплект заданий и вопросов по разделам дисциплины	текущий	письменный	Раноуровневые задачи и задания

8.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания

Уровни сформированности компетенций	Индикаторы	Дескрипторы			
		2 балла	3 балла	4 балла	5 баллов*

	ОПК-1				
Базовый	**Знать:** множество, действия над множествами, числовые множества; алгебраические уравнения и неравенства; тригонометрические уравнения и неравенства; показательные и логарифмические уравнения и неравенства.	***Отстуствуют знания понятий*** множество, действия над множествами, числовые множества; алгебраические уравнения и неравенства; тригонометрические уравнения и неравенства; показательные и логарифмические уравнения и неравенства.	***Частичные знания понятий*** множество, действия над множествами, числовые множества; алгебраические уравнения и неравенства; тригонометрические уравнения и неравенства; показательные и логарифмические уравнения и неравенства.	***Знает*** множество, действия над множествами, числовые множества; алгебраические уравнения и неравенства; тригонометрические уравнения и неравенства; показательные и логарифмические уравнения и неравенства.	
	Уметь: эффективно использовать методы математики при решении задач, связанных со сферой профессиональной деятельности.	***Отстуствуют умения*** эффективно использовать методы математики при решении задач, связанных со сферой профессиональной деятельности.	***Частичные умения*** эффективно использовать методы математики при решении задач, связанных со сферой профессиональной деятельности.	***Умеет*** эффективно использовать методы математики при решении задач, связанных со сферой профессиональной деятельности.	
	Владеть: навыками применения современного математического инструментария для решения задач профессиональной деятельности.	***Не владеет*** навыками применения современного математического инструментария для решения задач профессиональной деятельности.	***Частично владеет*** навыками применения современного математического инструментария для решения задач профессиональной деятельности.	***Владеет*** навыками применения современного математического инструментария для решения задач профессиональной деятельности.	
ОПК-1					
Продвинутый	**Знать:** множество, действия над множествами, числовые множества; алгебраические уравнения и неравенства; тригонометрические уравнения и неравенства; показательные и логарифмические уравнения и				***Знает:*** множество, действия над множествами, числовые множества; алгебраические уравнения и неравенства; тригонометрические уравнения и

	неравенства.				неравенства; показательные и логарифмические уравнения и неравенства; основные принципы и методы самообразования и самоорганизации при изучении математики, позволяющие эффективно решать задачи профессиональной деятельности.
	Уметь: эффективно использовать методы математики при решении задач, связанных со сферой профессиональной деятельности.				***Умеет:*** использовать методы математики при решении задач, связанных со сферой профессиональной деятельности; эффективно строить личную образовательную траекторию, позволяющую эффективно решать задачи профессиональной деятельности.
	Владеть: навыками применения современного математического инструментария для решения задач профессиональной деятельности.				***Владеет:*** навыками применения современного математического инструментария для решения задач профессиональной деятельности в связи с

					смежными областями знания.

7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций

Текущая аттестация студентов проводится преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине. К практическому занятию студент должен подготовить ответы на вопросы для собеседования, выполнить индивидуальные задания по теме занятия. Максимальное количество баллов студент получает, если он активно участвует в работе, владеет материалом, умеет логично и четко излагать мысли, творчески подходит к решению основных вопросов темы, показвает самостоятельность мышления.

Основанием для снижением оценки являются:

- слабое знание темы и основной терминологии;
- пассивность участия в групповой работе;
- отсутствие умения применить теоретические знания для решения практических задач;
- несвоевременность предоставления выполненных работ.

9. **Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

На первом этапе необходимо ознакомиться с рабочей программой дисциплины, в которой рассмотрено содержание тем дисциплины лекционного курса, взаимосвязь тем лекций с практическими занятиями, темы и виды самостоятельной работы. По каждому виду самостоятельной работы предусмотрены определённые формы отчетности.

Для успешного освоения дисциплины, необходимо выполнить следующие виды самостоятельной работы, используя рекомендуемые источники информации

№ п/п	**Виды самостоятельной работы**	Рекомендуемые источники информации (№ источника)			
		Основная	Дополнительная	Методическая литература	Интернет-ресурсы
	1 семестр				
1	Изучение литературы по темам 1-9	1	1-2	1-2	1-3
2	Подготовка к практическим занятиям	1	1-2	1-2	1-3

10. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

10.1. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

10.1.1. Перечень основной литературы

1.Математика в примерах и задачах. Часть 1: учебное пособие / Л. И. Майсеня, А. А. Ермолицкий, И. Ю. Мацкевич [и др.] ; под редакцией Л. И. Майсеня. — Минск: Вышэйшая школа, 2014. — 359 с. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/35494.html.

10.1.2. Перечень дополнительной литературы

1.Чулков, П. В. Практические занятия по элементарной математике: учебное пособие / П. В. Чулков. — Москва: Прометей, 2012. — 102 с. Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/18603.html.

2. Нестандартные задачи по математике (для подготовки студентов к олимпиадам): учебное пособие / Ю. А. Чиркунов, Ю. М. Вахромеев, Т. В. Вахромеева [и др.]. — Новосибирск: Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), ЭБС АСВ, 2017. — 109 с. — Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/85877.html

10.2. Перечень учебно-методического обеспечения самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Методические указания по выполнению практических работ по дисциплине «Корректирующий курс по математике».
2. Методические рекомендации для студентов по организации самостоятельной работы по дисциплине «Корректирующий курс по математике».

10.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. http://www.biblioclub.ru -ЭБС "Университетская библиотека онлайн"
2. http://e.lanbook.com - электронно-библиотечная система «ЛАНЬ»
3. http://elibrary.ru/ - eLIBRARY.RU - НАУЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ БИБЛИОТЕКА

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Microsoft Office – 61541869, Microsoft Windows 7 Профессиональная -61541869

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине обеспечение дисциплины

Специализированная учебная мебель и технические средства обучения, служащие для представления учебной информации.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) СКФУ в г. Пятигорске

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ФЭиЭ
_____________ А.В.Пермяков
«__» ______________ 2020г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущей аттестации

По дисциплине	**КОРРЕКТИРУЮЩИЙ КУРС ПО МАТЕМАТИКЕ**
Направление подготовки	08.03.01 Строительство
Направленность (профиль)	Городское строительство и хозяйство
Квалификация выпускника	Бакалавр
Форма обучения	очная
Год начала обучения	2020

Объем занятий: Итого	27 ч.	1 з.е.
В том числе аудиторных	13,5 ч.	
Из них:		
Практических занятий	13,5 ч.	
Самостоятельной работы	13,5 ч.	

Дата разработки: «__» ____________ 2020 г.

Предисловие

1. Назначение для проверки знаний, умений и навыков текущего контроля.
2. Фонд оценочных средств текущего контроля на основе рабочей программы дисциплины составлен в соответствии с образовательной программой по направлению подготовки 08.03.01, утвержденной на заседании учебно-методического совета ФГАОУ ВО «СКФУ» протокол №__ от «__» _____________ 2020 г.

3. Разработчик ___________________________Манторова И.В., доцент кафедры ФЭиЭ

4. ФОС рассмотрен и утвержден на заседании кафедры физики, электротехники и электроэнергетики
Протокол №__ от «__» ____________ 2020 г.

5. ФОС согласован с выпускающей кафедрой строительства
Протокол №__ от «__» ____________ 2020 г.

6. Проведена экспертиза ФОС. Члены экспертной группы, проводившие внутреннюю экспертизу:
Председатель_____________________________________
____
____

Экспертное заключение: данные оценочные средства соответствует требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, рекомендуются для использования в учебном процессе.
«____»_________________________

_________________(подпись)

7. Срок действия ФОС один год.

По дисциплине **КОРРЕКТИРУЮЩИЙ КУРС ПО МАТЕМАТИКЕ**

Направление подготовки 08.03.01 Строительство
Направленность (профиль) Городское строительство и хозяйство
Квалификация выпускника Бакалавр
Форма обучения очная
Год начала обучения 2020

Код оцениваемой компетенции (или её части)	Модуль, раздел, тема (в соответствии с Программой)	Тип контроля	Вид контроля	Компонент фонда оценочных средств	Количество заданий для каждого уровня, шт.	
					Базовый	Продвинутый
ОПК-1	Темы 1-9	текущий	письменный	Комплект заданий и вопросов по разделам дисциплины	118	54

Составитель _________________________ Манторова И.В.
«____»___________________2020 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) СКФУ в г. Пятигорске

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ФЭиЭ
_____________ А.В.Пермяков
«__» ______________ 2020г.

Комплект заданий и вопросов по темам дисциплины
Тема 1.

I уровень

1.1. Пусть $A=[-2,\,3]$, $B=(-\infty,\,0)$, $C=[0,\,4)$. Найдите множество:
1) $A \cup B$; 2) $A \cap B$; 3) $B \cup C$; 4) $B \cap C$;
5) $(A \cup B) \cap C$; 6) $A \cup (B \cap C)$; 7) $A \,/\, (B \cap C)$.

1.2. Пусть A – множество натуральных делителей числа 15; B – множество простых чисел, меньших 10; C – множество четных чисел, меньших 9. Найдите множество:
1) $A \cup B$; 2) $A \cap B$; 3) $B \cap C$;
4) $(A \cup C) \cap B$;5) $A \cup (C \cap B)$;6) $A \cap B \cap C$.

1.3. В группе учатся 28 студентов, каждый из которых умеет кататься на лыжах или коньках. При этом 20 человек умеют кататься на лыжах, 15 человек – на коньках. Определите, сколько студентов умеют кататься и на коньках, и на лыжах.

1.4. Задано некоторое количество натуральных чисел, которые кратны или числу 2, или числу 3. Известно, что числу 2 кратны 10 чисел; числу 3 кратны 7 чисел; и числу 2, и числу 3 кратны 4 числа. Определите общее количество заданных чисел.

1.5. Все 25 человек класса сходили в театр или кино. Известно, что 20 человек были в кино, 10 человек – и в театре, и в кино. Сколько человек было в театре?

1.6. Вычислите:
1) $3!+2!$; 2) $\dfrac{5!}{3!}$; 3) $\dfrac{(2\cdot 3)!}{2\cdot 3!}$; 4) $\dfrac{(5-2)!}{5!-2!}$.

1.7. Сократите дробь:
1) $\dfrac{(n+1)!}{2\cdot n!}$; 2) $\dfrac{(2n)!}{(2n+1)!}$.

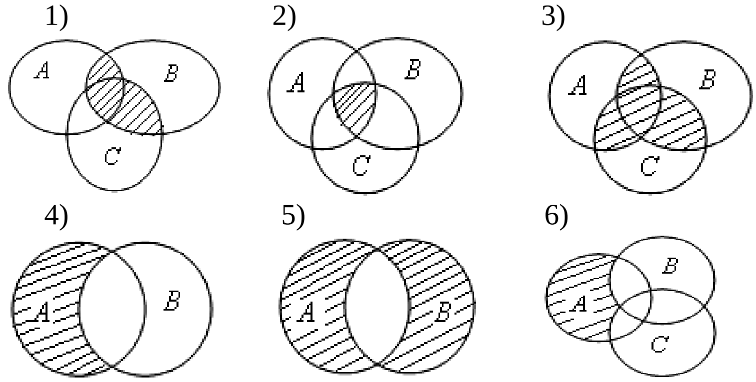
1.8. Определите целую и дробную части числа:
1) 1,02; 2) –1,2; 3) $\dfrac{3}{2}$;
4) $\dfrac{3}{28}$; 5) –5,2; 6) 3,25.

1.9. Вычислите выражение:
1) $[2{,}8]+3[-2{,}8]-2\{2{,}25\}$; 2) $\dfrac{\{6{,}25\}}{[5{,}25]}+[-7{,}08]$.

1.10. Запишите сумму, указав каждое слагаемое, и вычислите ее:
1) $\sum\limits_{n=1}^{5}\dfrac{1}{n}$; 2) $\sum\limits_{n=2}^{6}\dfrac{(-1)^n}{n-1}$; 3) $\sum\limits_{n=0}^{4}\dfrac{(-1)^{n+1}}{(n+1)!}$.

II уровень

2.1. Запишите, с помощью каких операций над множествами *A, B, C* получено заштрихованное множество на рисунке:



2.2. Пусть $A=[-\infty;\,2]$, $B=[-3;\,5)$ – подмножества универсального множества U = **R**. Найдите множество:

1) $A\cup\overline{B}$; 2) $\overline{A}\cap B$; 3) $\overline{A\cup B}$; 4) $\overline{A}\cap\overline{B}$.

2.3. Заданы множества:

$A=\{a_n \mid a_n=2n,\ n\in\mathbf{N}\}$; $B=\{b_n \mid b_n=4n-2,\ n\in\mathbf{N}\}$;

$C=\{c_n \mid c_n=4n+2,\ n\in\mathbf{N}\}$.

Найдите множество:

1) $A\cup B$; 2) $A\cap B$; 3) $B\setminus C$;

4) $A\setminus B$; 5) $A\cap B\cap C$; 6) $A\cup B\cup C$.

2.4. В школе 1400 учеников. Из них 1250 умеют кататься на лыжах, 952 – на коньках. Ни на лыжах, ни на коньках не умеют кататься 60 учащихся. Сколько учащихся умеют кататься и на лыжах, и на коньках?

2.5. В группе из 100 туристов 70 человек знают английский, 45 французский и 23 человека знают оба языка. Сколько туристов в группе не знают ни английского, ни французского языка?

2.6. В штучном отделе магазина посетители обычно покупают либо один торт, либо одну коробку конфет, либо один торт и коробку конфет. В один из дней было продано 57 тортов и 36 коробок конфет. Сколько было покупателей, если 12 человек купили и торт, и коробку конфет?

2.7. В первом туре олимпиады участвовали 100 студентов, из них 70 человек получили право участвовать во втором туре олимпиады по физике, 45 – по математике. Известно, что 23 человека могут участвовать во втором туре и по физике, и по математике. Сколько студентов не допущено ко второму туру ни по физике, ни по математике?

2.8. Сравните дроби:

1) $\dfrac{(2n)!-(2n-2)!}{(2n-1)!}$ и $\dfrac{(2n)!+(2n-2)!}{(2n+2)!}$;

2) $\dfrac{(2n-1)!+(2n+1)!}{n(2n)!}$ и $\dfrac{(2n)!+n^2(2n-1)!}{(2n+2)!}$.

2.9. Сократите дробь и упростите полученное выражение:

1) $\dfrac{(n-1)!+3n!}{(n+1)(n-1)!-(n-2)!}$; 2) $\dfrac{(n-1)!+(n-3)!}{2n^2(n-3)!+(n-2)!}$;

3) $\dfrac{2nn!-3(n-1)!}{(n+1)!-4n!}$; 4) $\dfrac{(2n)!+(2n+2)!}{(2n-2)!-(2n)!}$.

III уровень

3.1. Для универсального множества $\mathbf{R}$ рассматриваются подмножества $A=\left\{x \mid x^2-4\le 0,\ x\in\mathbf{R}\right\}$, $B=\left\{x \mid x^2-6x+5>0,\ x\in\mathbf{R}\right\}$. Найдите множество:

1) $A\cap\overline{B}$; 2) $\overline{A\cup B}$; 3) $\left(\overline{A\cap\overline{B}}\right)\setminus B$.

3.2. Докажите включение:

1) $\left((A\cup B)\setminus C\right)\subset\left(A\cup(B\setminus C)\right)$;

2) $\left((A\cap B)\setminus C\right)\subset\left((A\cup B)\setminus C\right)$.

3.3. Докажите равенство:

1) $\left(A\setminus B\right)\cup(B\setminus A)=(A\cup B)\setminus(A\cap B)$;

2) $(A\setminus B)\setminus C=A\setminus(B\cup C)$.

Тема 2.

I уровень

1.1. Укажите действительную и мнимую часть комплексного числа:

1) $-2-3i$; 2) $-i+\sqrt{5}$; 3) $-6i$; 4) $1+\sqrt{3}-(\sqrt{5}+1)i$.

1.2. Найдите сумму и произведение комплексных чисел:

1) $z_1=1+2\sqrt{6}i$ и $z_2=1-2\sqrt{6}i$;

2) $z_1=4-3i$ и $z_2=2+i$;

3) $z_1=0{,}2+2i$ и $z_2=-0{,}3+3i$.

1.3. Найдите разность и частное комплексных чисел:

1) $z_1=2+2i$ и $z_2=1-i$;

2) $z_1=2\sqrt{5}+\sqrt{6}i$ и $z_2=2\sqrt{5}-\sqrt{6}i$;

3) $z_1=2i$ и $z_2=1+i$.

1.4. Найдите действительную часть комплексного числа:

1) $(5-6i)(-10+8i)$; 2) $(\sqrt{3}+i)(\sqrt{2}-i\sqrt{3})$;

3) $\dfrac{4}{1-3i}$; 4) $\dfrac{(3+4i)(-1+3i)}{6-8i}$.

1.5. Найдите мнимую часть комплексного числа:

1) $(4-6i)\cdot 0{,}5i$; 2) $\dfrac{4-5i}{-2+7i}$; 3) $\dfrac{-4+6i}{(2+i)(3-2i)}$.

1.6. Выполните действия:

1) $i^3\cdot i^{81}$; 2) $\dfrac{1}{i^3}$; 3) i^{235};

4) $\dfrac{1}{i^8}-\dfrac{2-i}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)}$; 5) $(1-6i)(1+2i)^2-i^{12}$.

1.7. Определите, при каких действительных значениях x и y равны комплексные числа:

1) $z_1=x^2+3y+i$ и $z_2=xi+y$; 2) $4y+x^2i=4i+2y+x$.

1.8. Проверьте справедливость равенства $z=\left(2-\dfrac{z+1}{z+7}\right)^2$ при условии $z=3+4i$.

1.9. Представьте число в тригонометрической и показательной формах, изобразите его на плоскости:

1) $z=-2i$; 2) $z=8-8\sqrt{3}i$; 3) $z=1{,}5\sqrt{3}+1{,}5i$;

4) $z=12$; 5) $z=\left(\sqrt{5}-2\right)i$; 6) $z=-10+10i$.

1.10. Представьте комплексное число в алгебраической форме:

1) $z=2\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)$; 2) $z=5\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$;

3) $z=-\sqrt{2}i\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$.

1.11. Используя тригонометрическую формулу комплексного числа, выполните действия:

1) $\left(-3+\sqrt{3}i\right)\cdot\frac{1}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$; 2) $\left(-4+4\sqrt{3}i\right)\cdot\left(2+2\sqrt{3}i\right)$;

3) $\frac{-2+2\sqrt{3}}{1-i}$; 4) $\frac{8i}{2+2\sqrt{3}i}$;

5) $\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{3}i\right)\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{i\sqrt{6}}{4}\right)$; 6) $\frac{\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)}{\sqrt{3}-i}$;

7) $\sqrt{3}\left(\cos\frac{23\pi}{45}+i\sin\frac{25\pi}{45}\right)\cdot2\sqrt{3}\left(\cos\frac{22\pi}{45}+i\sin\frac{22\pi}{45}\right)$.

1.12. Возведите в степень:

1) $\left(\cos\frac{\pi}{18}+i\sin\frac{\pi}{18}\right)^9$; 2) $\left(\sqrt{2}\cdot\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{18}\right)\right)^8$;

3) $\left(2+2i\right)^5$; 4) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}i\right)^{10}$.

1.13. Представив комплексные числа $z_1=-1-i$, $z_2=\sqrt{2}-\sqrt{2}i$, $z_3=1+\sqrt{3}i$ в тригонометрической форме, вычислите $\frac{4z_1\cdot z_3}{z_2}$.

1.14. Вычислите корни из комплексных чисел и дайте геометрическую интерпретацию их значений:

1) $\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i}$; 2) $\sqrt[3]{27i}$; 3) $\sqrt{-1-i}$; 4) $\sqrt{-6+6\sqrt{3}i}$;

5) $\sqrt[3]{-125}$; 6) $\sqrt[3]{\frac{-i}{8}}$; 7) $\sqrt{4-4i}$; 8) $\sqrt[3]{-i}$.

1.15. Выполните действия, результат запишите в алгебраической форме:

1) $\left(\sqrt{3}-i\right)^{100}$; 2) $\frac{\left(\sqrt{2}(1+i)\right)^4}{1+2i}$;

3) $\frac{3\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)}$; 4) $\left(\frac{2\left(\cos\frac{11\pi}{9}+i\sin\frac{11\pi}{9}\right)}{\frac{1}{4}\left(\cos\frac{2\pi}{9}+i\sin\frac{2\pi}{9}\right)}\right)^3$;

5) $\dfrac{\left(\sqrt{2}-i\sqrt{2}\right)^6}{1-i}$; 6) $\dfrac{\left(\sqrt{3}+i\right)^3}{1+3i}$.

1.16. Решите уравнение:

1) $z^2-3z+4=0$; 2) $z^3-1=0$;

3) $2z^2+8=0$; 4) $z^2+z+1=0$;

5) $\dfrac{1}{2}z^2+\left(\dfrac{4-3i}{2}\right)z+2-3i=0$.

II уровень

2.1. Укажите действительную и мнимую часть комплексного числа:

1) $(1-i)(1+i)\sqrt{3}$; 2) $\dfrac{2+2i}{i}+2$;

3) $\dfrac{6-4i}{(3-2i)(1-i)}+i^3$; 4) $\dfrac{(1+i)^2}{1-\sqrt{3}i}$;

5) $\dfrac{(4-i)^2-(5-2i)^2}{i^{11}}$.

2.2. Выполните действия:

1) $\dfrac{5+12i}{8-6i}+\dfrac{(1+2i)^2}{2+i}$; 2) $(3+i)^3-(3-i)^3$;

3) $\dfrac{(m+ni)(n+mi)}{n-mi}$; 4) $\dfrac{(1+i)^3}{1-i}+\dfrac{1}{i^{10}}$;

5) $\dfrac{(1+i)^3-(1-i)^3}{(1+i)^2-(1-i)^2}$; 6) $(1+i)^4-\dfrac{4-i}{2+i}$;

7) $(2i)^3+\dfrac{\sqrt{3}-i}{1-2i}$.

2.3. Представьте число в тригонометрической и показательной формах:

1) $z=\dfrac{2-i}{1+i}$; 2) $z=\cos\dfrac{\pi}{6}-i\sin\dfrac{\pi}{6}$;

3) $z=-0{,}5\sqrt{3}-0{,}5i$; 4) $z=(1+2i)\cdot(1-i)$;

5) $z=6\left(\sin\dfrac{2\pi}{3}+i\cos\dfrac{2\pi}{3}\right)$; 6) $z=1-\sqrt{3}$.

2.4. Даны комплексные числа $z_1=-2+2\sqrt{3}i$ и $z_2=1-i$. Представив их в тригонометрической форме, вычислите:

1) $5z_1\cdot z_2$; 2) $\dfrac{z_2}{2z_1}$; 3) $-\dfrac{z_1^3}{z_2}$; 4) $\bar{z}_2^6$.

2.5. Используя тригонометрическую форму комплексного числа, выполните действия:

1) $\left(-2\sqrt{5}+2\sqrt{5}i\right)^3\cdot(1+i)^2$; 2) $(1-i)^2\left(0{,}25-0{,}25\sqrt{3}i\right)^3$;

3) $\dfrac{4\left(\cos\dfrac{7\pi}{30}+i\sin\dfrac{7\pi}{30}\right)}{\left(\cos\dfrac{17\pi}{60}+i\sin\dfrac{17\pi}{60}\right)^2}$; 4) $\dfrac{4\sqrt{3}-4i}{(-1+i)\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}i\right)}$.

2.6. Возведите в степень, результат запишите в алгебраической форме:

1) $\left(\dfrac{1+i}{-1-i}\right)^{20}$; 2) $\left(\dfrac{1+i}{i-1}\right)^{100}\cdot 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$;

3) $\dfrac{1}{\left(\sqrt{3}-i\right)^{12}}$; 4) $\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{40}$.

2.7. Вычислите корни, а результат изобразите на комплексной плоскости:
1) $\sqrt[4]{16i}$; 2) $\sqrt[4]{-4}$; 3) $\sqrt[5]{-1+i}$;
4) $\sqrt[6]{2-2i\sqrt{3}}$; 5) $\sqrt[4]{-8-8\sqrt{3}i}$; 6) $\sqrt[6]{-64i}$.

2.8. Решите уравнение:
1) $z^2-64i=0$; 2) $z^4+4=0$;
3) $z^4-2\sqrt{3}z^2+4=0$; 4) $z^2+4iz+6(2-5i)=0$;
5) $z^4-4z^2+16=0$; 6) $z^2-(8+3i)z+13(1+i)$;
7) $z^2+(1+i)z+2^{\frac{i}{2}}=0$.

2.9. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, для которых:
1) $\dfrac{\pi}{6}<\arg(z+1)\le\dfrac{\pi}{4}$; 2) $1\le|z+1-i|\le 2$;

3) $\begin{cases}0<\operatorname{Im}(z+2i)\le 1,\\ \operatorname{Re}z>-5;\end{cases}$ 4) $\begin{cases}0\le\arg(z-1+2i)\le\dfrac{3\pi}{4},\\ \operatorname{Im}(z+i)\ge 1;\end{cases}$

5) $|z+1|+|z-i|>2$; 6) $\begin{cases}\arg z=\dfrac{\pi}{4},\\ |z-1-i|=2.\end{cases}$

III уровень
3.1. Найдите мнимую часть комплексного числа:
1) $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{11}+4$; 2) $z=(1-2i)^6-(1+2i)^6$.

3.2. Найдите действительную часть комплексного числа:
1) $i^{81}+\left(\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3+\left(\dfrac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^3$; 2) $\dfrac{5i-2}{3i+1}+i+\dfrac{8i-3}{2-i}$.

3.3. Считая x и y действительными числами, решите уравнение:
1) $(-1+2i)x-(1-4i)y=2-i$;
2) $(2-7i)x+(4-3i)y=(-6+3i)x-6$;
3) $\dfrac{2+5i}{x-y}-\dfrac{1-3i}{x+y}=\dfrac{-7x+12i}{y^2-x^2}$.

3.4. Представьте в алгебраической и тригонометрической формах комплексные числа и выполните действия:

1) $\dfrac{\left(0{,}5\sqrt{2}+0{,}5\sqrt{6}i\right)^3}{\left(-1{,}5+0{,}5\sqrt{3}i\right)^2\cdot i}\cdot 3$; 2) $2\cdot\left(\dfrac{-\cos\dfrac{5\pi}{12}+i\sin\dfrac{5\pi}{12}}{\cos\dfrac{13\pi}{12}-i\sin\dfrac{13\pi}{12}}\right)^3$;

3) $\dfrac{16i\left(\sin\dfrac{\pi}{6}+i\cos\dfrac{\pi}{6}\right)}{\left(-1+\sqrt{3}i\right)^4}-i$; 4) $\dfrac{4\sqrt{2}\left(\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)+i\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)}{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-i\right)\cdot\left(1-i\right)^2}$.

3.5. Пусть $z_1=3+4i$, $z_2=-4+3i$. Найдите действительные значения a и b, для которых $\dfrac{z_1}{z_2}=az_1+bz_2$.

3.6. Изобразите множество точек комплексной плоскости, координаты x и y которых удовлетворяют условию

$$x^2+i-2x+2yi=y-1+\frac{4y^2-1}{2y-1}i.$$

3.7. Найдите комплексное число z, удовлетворяющее уравнению

$$\left(i-z\right)\cdot\left(1+2i\right)+\left(1-iz\right)\cdot\left(3-4i\right)=1+7i.$$

3.8. Определите, при каких действительных значениях x и y комплексные числа $z_1=9y^2-4-10xi^5$ и $z_2=8y^2+20i^{11}$ являются сопряженными.

3.9. Решите уравнение:

1) $z^3-\dfrac{2\sqrt{2}}{1-i}=0$; 2) $-z^5+i=2$; 3) $z^2+|z|=0$;

4) $\left(z^2+z+1\right)\cdot\left(z^2+z+2\right)=12$.

Тема 3.

I уровень

1.1. Вычислите:

1) $\dfrac{(0{,}3)^2-(0{,}7)^2}{0{,}4}-4{,}8\cdot 5{,}2$; 2) $\dfrac{4\cdot 0{,}1\cdot 3{,}99}{1-(0{,}97)^2}-0{,}725(8)$;

3) $\dfrac{19^4}{\left(7\dfrac{1}{4}\right)^3+\left(11\dfrac{3}{4}\right)^3}\cdot\dfrac{1687}{16}$.

1.2. Упростите выражение:

1) $\dfrac{25}{a^2+5a+25}-\dfrac{2a}{5-a}-\dfrac{a^3+25a^2}{a^3-125}$;

2) $\left(\dfrac{x+y}{x-y}\cdot\left(1-\dfrac{x}{x+y}\right)^{-1}\right)\cdot\left(1+\dfrac{y}{x-y}\right)$;

3) $\dfrac{x^2+(a+b)\cdot x+ab}{x^2-(a-c)\cdot x-ac}\cdot\dfrac{x^2-c^2}{x^2-a^2}$.

1.3. Известно, что $x_1+x_2=\dfrac{7}{5}$ и $x_1\cdot x_2=-\dfrac{1}{5}$. Найдите:

1) $\left(\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}\right)$; 2) $\left(x_1^3+x_2^3\right)$.

1.4. Докажите, что при $a,\ b\in\mathbf{N}$, дробь $\dfrac{(a+b)^4}{a^4+b^4}$ – неправильная.

1.5. Разложите по формуле бинома Ньютона:

1) $(x+y)^8$; 2) $(a+0{,}1\cdot b)^4$; 3) $\left(\sqrt{5}-1\right)^5$.

II уровень

2.1. Упростите выражение:

1) $$\frac{(1-2x)^{-2}}{\left(\left(\frac{4x^3-4x^2+x}{x+2}\right)^{-1}-\frac{2-x}{1-8x^3}\cdot\frac{4x^2+2x+1}{2x^2+x}\right)}-\frac{x-2}{5};$$

2) $$\frac{x^{-6}-64}{4+2x^{-1}+x^{-2}}\cdot\frac{x^2}{4-4x^{-1}+x^2}-\frac{4(2x+1)}{x^{-2}(1-2x)}.$$

2.2. Известно, что $x_1+x_2=0{,}3$; $x_1\cdot x_2=2$, найдите:

1) $\left|\frac{1}{x_1^2}-\frac{1}{x_2^2}\right|$;   2) $x_1^{\,6}+x_2^{\,6}$.

2.3. Докажите, что $\frac{2(x^4+4x^2-12)-x^4-11x^2-30}{x^2-9}>0$, при любых $x\in\mathbf{R}$, $x\neq\pm3$.

2.4. Разложите по формуле бинома Ньютона и упростите полученное выражение:

1) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^{10}$;   2) $\left(\frac{1}{2}a-3b\right)^{6}$;   3) $\left(3+\frac{1}{3a}\right)^{5}$.

2.5. Вычислите:

1) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^7$;   2) $\left(\frac{3}{\sqrt{5}}+\frac{5}{\sqrt{3}}\right)^4$;   3) $\left(2+\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^6$.

III уровень

3.1. Определите знак выражения при $a>1$:

$$\frac{1}{1-a}+\frac{1}{1+a}+\frac{2}{1+a^2}+\frac{4}{1+a^4}+\frac{8}{1+a^8}+\frac{16}{1+a^{16}}+\frac{32}{1+a^{32}}.$$

3.2. Сократите дробь:

1) $\frac{x^{35}+x^{34}+\ldots+x+1}{x^{11}+x^{10}+\ldots+x+1}$;   2) $\frac{a^{29}+a^{28}+\ldots+a+1}{a^9+a^8+\ldots+a+1}$.

3.3. Найдите значение выражения $a-\sqrt{a^2+2}$, если $a+\sqrt{a^2+2}=4$.

3.4. Вычислите значение выражения

$(a+1)\cdot(a^2+1)\cdot(a^4+1)\cdot(a^8+1)\cdot(a^{16}+1)$ при $a=2$.

3.5. Докажите, что

$x^4-2x^2y-2xy^2+x^2+y^2+y^4>0$ при любых x, y.

3.6. Упростите выражение $(1+2x)^7-(1-2x)^5$.

3.7. Найдите разность между коэффициентом и биномиальным коэффициентом при x^{-5} для выражения $\left(x-\frac{2}{x}\right)^9$.

Тема 4

I уровень

1.1. Запишите многочлен в стандартном виде:

1) $(5x-4y)^3-(y+x)^2-x$; 2) $(a^2-b^2)^2+(a^2+b^2)^2$.

1.2. Найдите значение многочлена при $x=x_0$:

1) $P(x)=3x^3+4x^2-2x+1,\ \ x_0=1$;

2) $P(x)=16x^4+0{,}2x-11,\ \ x_0=0{,}2$.

1.3. Выполните деление многочлена $P(x)$, результат запишите в виде равенства:

1) $P(x)=5x^3+3x^2-2x+1$ í à $(x-1)$;

2) $P(x)=3x^4+2x^2-x+1$ í à x.

1.4. Найдите (если они существуют) целые корни многочлена:

1) x^3+2x^2+x-4; 2) $x^4-x^3+x^2-2x-5$.

1.5. Разложите многочлен на множители:

1) $a^2-2ab+2a-4b$; 2) $72a^5x^4-54a^3x^5+36a^2x^6$;

3) $(2x+1)^3-8$; 4) $y^2-10y+25-4m^2$;

5) $(a-b)^2-(c+d)^2-a+b-c-d$.

II уровень

2.1. Выполните действия, запишите результат в стандартном виде, определите старшую степень многочлена:

1) $(-x^2-4x-1)\cdot(4x^2+x-3)$;

2) $(-2ax^2xy^4-8y^7)\cdot(5a^7x-2x^4+3y)$.

2.2. Не выполняя деления, проверьте, делится ли данный многочлен $P(x)=x^4+4x^3+x^2-2x+8$ на:

1) $x-1$; 2) $x+2$.

Если не делится, укажите остаток от деления.

2.3. Найдите частное и остаток от деления:

1) $\dfrac{3x^4+x^4-x+1}{x^2+3}$; 2) $\dfrac{7-x^4}{x^3+1}$.

2.4. Выполните действия и найдите значение выражения при $x=-1$:

$$\frac{3x^6+11x^3+x^5+4x^2-4}{x^3+4}-3x^3-2x^2+4.$$

III уровень

3.1. Известно, что многочлен $P(x)=x-\lambda x^3-4x+1$ имеет целые корни. Найдите значение λ, при котором они существуют.

3.2. Сократите дробь $\dfrac{x^4-x^3-x+1}{x^4-2x^3-x^2-2x+1}$.

3.3. Найдите:

1) наибольшее значение выражения $8ab-5a^2-5b^2$ и определите, при каких a и b оно достигается;

2) наименьшее значение многочлена

$2x^2+5x^2+3z^2-6xy-2xz+5yz$.

3.4. Найдите сумму всех целых значений n, при каждом из которых значение выражения:

1) $\dfrac{3n-5}{n+1}$ является целым числом;

2) $\dfrac{6n-9}{2n-1}$ является натуральным числом;

3) $\dfrac{3n^2-16n+23}{n-3}$ является натуральным числом.

3.5. Разложите на множители:

1) $x^3+y^3+z^3-(x+y+z)^3$; 2) p^4+324;

3) x^3-3x-2; 4) $63m^4n^3+27m^3n^4-45m^5n^7$;

5) $7-56a^6b^3$; 6) $x^3-3x^2-16x+48$;

7) $16x^4-1$; 8) $(a+b)^3+(a-b)^3-3a$.

Тема 5

I уровень

1.1. Решите уравнение:

1) $3x^4+3x^3-7x^2-7x=0$; 2) $\left(x^2-5x+2\right)\cdot\left(x^2-5x-1\right)=28$;

3) $x^8+3x^4-4=0$; 4) $x^6-7x^3-8=0$;

5) $x^3-3x^2+6x-8=0$; 6) $x^4-16-x^3+4x=0$;

7) $5x^7+3x^6-x^5=0$; 8) $x^4-3x^3+2x^2-3x+1=0$;

9) $2x^3+5x^2+5x+2=0$; 10) $\left(x^2-x-2\right)^2+\left(x^2-x-2\right)-2=0$;

II уровень

2.1. Решите уравнение:

1) $3x^3+4x-7=0$; 2) $\left(3x^2-3x+5\right)^2=\left(2x^2+6x-3\right)^2$;

3) $2x^3-9x^2+12x-5=0$; 4) $(x-2)\cdot(x-3)^2\cdot(x-4)=20$;

5) $x^4-1+\left(x^2-1\right)^2=0$; 6) $3x^4+2x^3+5x^2+2x+3=0$;

7) $x^4-7x^2-6{,}25=0$; 8) $3x\cdot(x-1)\cdot(x+2)\cdot(x-3)=48$;

9) $x^3+10x^2+35x+42=0$; 10) $(x+2)^4+2x^2+8x-16=0$;

III уровень

3.1. Решите уравнение:

1) $9+4\sqrt{10}x^2-x^4=0$; 2) $5x^3-x^2-36=0$;

3) $\left(x^3+x^2-12\right)^2+\left(x^4-16\right)^4=0$; 4) $\dfrac{2x^3+3x^2-4x-1}{5x^{49}-3x^{11}-2}=0$;

5) $\dfrac{x^3+3x^2-2x-4}{\sqrt{x^2+2x-1}}=0$; 6) $(x+3)^4+(x+5)^4=16$;

7) $\left(x^2-\sqrt{5}x\right)\cdot\left(2x^3+5\sqrt{3}x^2-3{,}125x\right)=0$;

8) $\left(2x^2-3x+1\right)\cdot\left(2x^2+5x+1\right)=9x^2$;

9) $4(x+5)\cdot(x+6)\cdot(x+10)\cdot(x+12)-3x^2=0$;

10) $\left(x^2+x-21\right)^2+\left(x^2+6x+4\right)^2=25(x+5)^2$;

Тема 6.

I уровень

1.1. Решите уравнение:

1) $3\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)-7\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=0$; 2) $\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{2}{x}=4$;

3) $\dfrac{3}{9-x}+2=x$; 4) $\dfrac{-5}{4-x^2}-\dfrac{x}{x-2}=0$;

5) $\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{3(x-2)}{x}-4=0;$ 6) $\dfrac{(x+1)\cdot(x-1)\cdot(x-7)}{\sqrt{20-19x-x^{11}}}=0;$

7) $\dfrac{(x^2-7x+10)\sqrt{16-2x}}{32-4x}=0;$ 8) $\dfrac{x^3-8}{2x-4}=12x-18.$

1.2. Решите уравнение:

1) $|1-x|-7=0;$ 2) $|3-x|+3=0;$

3) $\sqrt{(x-5)^2}-3=0;$ 4) $\left|-x^2-4\right|=5;$

5) $|x-5|=2x+5;$ 6) $|x-3|=-x;$

7) $|x-2|-|x+6|=0;$ 8) $\left|x^3\right|-x^2=-2;$

9) $\sqrt{9x^2+30x+25}=2-x;$ 10) $\big|2+|3+x|\big|-5=0;$

11) $\dfrac{7}{|x-2|}=3;$ 12) $\sqrt{x+1}\cdot\big(|x+2|-4\big)=0;$

13) $\dfrac{|2-x|-3}{2x^2-9x-5}=0;$ 14) $(x-4)^2-5|x-4|-14=0.$

II уровень

2.1. Решите уравнение:

1) $\dfrac{-4}{2x^2-5x-3}=\dfrac{1}{2x+1}-\dfrac{3}{3-x};$ 2) $\dfrac{x}{x-4}+x^{-1}-\dfrac{2}{4-x}=0;$

3) $(x+3)^2-\dfrac{1}{x^2+6x}=0;$ 4) $\dfrac{x^2-x}{x^2-x+1}=\dfrac{x^2-x+2}{x^2-x-2}+1;$

5) $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{3}{x-3}=\dfrac{6}{x+6};$ 6) $\dfrac{3x^2+11x+6}{8+10x-3x^2}=\dfrac{x+3}{4-x};$

7) $\dfrac{x-6\sqrt{x}+5}{2-2\sqrt{x}}=\dfrac{x}{5};$ 8) $\dfrac{7-2x-5x^2}{3x^{202}-4x^{101}+1}=0.$

2.2. Решите уравнение:

1) $|2-x|+|3x-6|+|x|=4;$ 2) $\dfrac{\big(|x-6|-4\big)\cdot\big(|2x+3|-7\big)\cdot|x|}{\sqrt{2-x}}=0;$

3) $\big||x+4|-2x\big|=3x-1;$ 4) $\left|(2x-1)^4+3(2x-1)^2\right|-10=0;$

5) $\left(\dfrac{x+4}{2}\right)^2+\left|2+\dfrac{x}{2}\right|=2;$ 6) $\dfrac{x|x-1|}{|x-2|}=-\dfrac{2}{3};$

7) $\left|\dfrac{x-2}{x^3}\right|=x|2-x|;$ 8) $\dfrac{x^2+\sqrt{x^2+8x+16}}{|x|}=|1-x|;$

9) $\left|x^2+2|x|+3\right|=2;$ 10) $\left|\dfrac{x+1}{2x-4}\right|-2\left|\dfrac{2x-4}{x+1}\right|=-1;$

III уровень

3.1. Решите уравнение:

1) $\dfrac{-x^2-3\sqrt{2}x-4}{x^2-\left(4-\sqrt{2}\right)x-\sqrt{32}}=0;$ 2) $9x^2+\dfrac{1}{x^2}-10\left(3x+\dfrac{1}{x}\right)+30=0;$

3) $x^2+\dfrac{36x^2}{(x+6)^2}=1$; 4) $\dfrac{4x^2+3x+2}{3x^2+1}=\dfrac{3x^2+3x+6}{2x^2+5}$;

5) $\dfrac{1-(1{,}5x)^{-1}}{(3x-2)^{-1}}=(3x)^{-1}+5x^{-1}$; 6) $\dfrac{x^2+5x+4}{x^2-7x+4}+\dfrac{x^2-x+4}{x^2+x+4}+\dfrac{13}{3}=0$;

7) $\dfrac{x^2}{x+5}+\dfrac{5x}{x^2-5}-6=0$; 8) $\dfrac{x^2+ax+a^2}{x^2-ax+a^2}=\dfrac{a^2}{x^2}$.

3.2. Найдите квадрат суммы корней $x-\dfrac{2}{x}=\dfrac{4a^2}{(a-1)^2}$ при $a>1$.

3.3. Определите при каких значениях a уравнение имеет действительные корни:

$$(a-2)\cdot\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)^2-a\frac{x^2+1}{x^2}+3a=0.$$

3.4. Решите уравнение:

1) $\dfrac{\sqrt{8-x}\cdot\left(\left|x^2-9\right|-8x\right)}{\sqrt{x}+1}=0$; 2) $\left|2x^2-3x+4\right|=\left|3x-2\right|+2x^2+2$;

3) $\left|\left|\left|3-x^2\right|-2x\right|-4\right|=5$; 4) $\left|\dfrac{x^2-5x-14}{x^2-2x-8}\right|=\dfrac{x^2-2x-8}{x^2-5x-14}$;

5) $\left|x^2-4x+3\right|=-\left(4+2\sqrt{3}\right)x$; 6) $\dfrac{|x-1|+|x+3|-4}{\sqrt{7-x^2}}=0$.

Тема 7.

I уровень

1.1. Решите неравенство:

1) $\dfrac{9}{x}\ge\dfrac{x}{9}$; 2) $\dfrac{23}{1-x}\ge\dfrac{3}{4}$; 3) $\dfrac{3}{5+x}<\dfrac{2x}{x-1}$;

4) $\dfrac{1}{7-28x^2}\le\dfrac{4}{5}$; 5) $x-5+\dfrac{6}{x}<0$; 6) $\dfrac{x^2}{(x+1)^2}>1$;

7) $\dfrac{x^2-6x+10}{x^2-8x+15}\le 0$; 8) $\dfrac{2}{x^2-x+1}-\dfrac{1}{x+1}\ge\dfrac{2x-1}{x^3+1}$.

1.2. Решите систему и совокупность неравенств:

1) $\begin{cases}x^2-9<0,\\ x^2-x-6\ge 0;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\left(x^2-3x-2\right)\cdot\left(x^2-3x+1\right)<10,\\ x^2\le 4;\end{cases}$

3) $\begin{cases}\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{2x+4}{3}>x-5,\\ 3x-\dfrac{2x-5}{3}>6-0{,}2x;\end{cases}$ 4) $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}3x-7>0,\\ 2x+19>0,\end{cases}\\ \begin{cases}3x-5\ge 0,\\ 2x-16\le 0;\end{cases}\end{array}\right.$

5) $\begin{cases}x^2>25,\\ x^2+6x\le 27;\end{cases}$ 6) $\begin{cases}\dfrac{3}{2x-5}<\dfrac{5}{7-x},\\ x^4+3x^3<4x^2;\end{cases}$

7) $\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{x^2} > 4,\\ \dfrac{x}{20} - \dfrac{5}{x} \le 0;\end{array}\right.$ 8) $\begin{cases}\dfrac{4}{6-x} > \dfrac{6}{x},\\ 9-4x^2 \ge 0.\end{cases}$

1.3. Решите неравенство:

1) $|2+x|+2 \ge 0;$ 2) $|3-x|+1<0;$

3) $|3-x| \le 2;$ 4) $|2x-1|>5;$

5) $|2(x-2)| \le x^2-4;$ 6) $|0{,}5x-0{,}3|>|5-x|;$

7) $2 \le |7-2x|<5;$ 8) $|x+4|-2x \ge 3;$

9) $|x-1|+|2-x|>3;$ 10) $|2x-5|-4 \le |7-2x|.$

1.4. Решите систему или совокупность неравенств:

1) $\begin{cases}3-|x+4| \ge 0,\\ |x-1|-|x+4|<0;\end{cases}$ 2) $\left[\begin{array}{l}|x-1|<6,\\ 3-|2-x|>4-x.\end{array}\right.$

II уровень

2.1. Решите неравенство:

1) $\dfrac{x(x-2)}{(x^2-2x+1)\cdot(x-3)^2} \ge 0;$ 2) $\dfrac{(x-3)^3\cdot(x-2)}{(x+1)^4\cdot(x+5)}>0;$

3) $(x^2-4x+4)\cdot(3x^2-2x-1) \le 0;$ 4) $1 \le \dfrac{5x^2-3x+1}{x^2+2} \le 3;$

5) $\dfrac{(x^2+2x+1)\cdot(x^2-6x+9)}{x-3} \ge 0;$ 6) $5-x<x^2 \le 16;$

7) $\dfrac{x^2(x-2)\cdot(x-3)^4\cdot(5-x)^5}{(2-x)^3}<0;$ 8) $5x-20 \le -x^2 \le 8x;$

9) $\dfrac{(x-5)^2\cdot\sqrt{x^2-3x+2}}{-x^2+4x-4}>0;$ 10) $216x^6+19x^3 \le 1;$

11) $(x^2+7x-8)^2+(x^3+2x-3)^2 \le 0;$

12) $(6-x-x^2)^2+(x^3+x^2-7x+2) \le 0.$

2.2. Решите систему и совокупность неравенств:

1) $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2x+1 \le 0,\\ x-2>0,\end{cases}\\ \begin{cases}4x-4>0,\\ 2x-3<0,\end{cases}\\ \begin{cases}4x+2 \ge 5x-3,\\ 2-3x<7-2x;\end{cases}\end{array}\right.$ 2) $\begin{cases}(x-0{,}5)^2\cdot(3x+9)>(x+3)\cdot(4x^2-1),\\ \dfrac{5x+1}{x^2-3x-4} \le -1;\end{cases}$

3) $\begin{cases}\dfrac{x^2-3x+1}{1-x^2} \le 1,\\ \dfrac{(2x+6)\sqrt{x}}{(-5-x)^3\cdot(10-x)^2}>0;\end{cases}$ 4) $\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{2x^2} \ge \dfrac{2}{2x^2+32},\\ \dfrac{4}{4x^2+2x-2}+\dfrac{1}{3+2x-x^2}<0.\end{array}\right.$

2.3. Найдите сумму целочисленных решений неравенства:

1) $\dfrac{x+2}{\sqrt{10-3x-x^2}}\le 0$; 2) $\left(x^2-16\right)\sqrt{3-x}\le 0$.

2.4. Найдите количество целых решений неравенства

$$-\frac{3}{x^2+2}\le\frac{1}{1-2x}\le\frac{1}{x^2},$$

принадлежащих промежутку $(-4;\,5]$.

2.5. Решите неравенство:

1) $\left|\dfrac{3-2x}{x-4}\right|\ge 1$; 2) $\left|x^2+6x+8\right|\le -x^2-6x-8$;

3) $\sqrt{x^2-6x+9}+x<|12-4x|$; 4) $\dfrac{\sqrt{9-x^2}\cdot\left(x^2-|x|-12\right)}{x-3}\ge 0$;

5) $(|x-3|-6)\cdot(|7-x|+4)<0$; 6) $\left|\dfrac{x+7}{x-3}\right|>\dfrac{1}{x+3}$;

7) $\left|2-|3+x|\right|-5\le 0$; 8) $4-\left||2x+4|-8\right|<0$;

9) $|x-2|-\sqrt{x^2}\ge|4-3x|$; 10) $\left|x^2-4\right|+|x-2|>5-x$.

2.6. Решите систему или совокупность неравенств:

1) $\begin{cases}|x-2|<\dfrac{3}{|x-1|-3},\\ \left|x^2-1\right|-\left|4-x^2\right|\ge 5;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x^2-|4x+2|>-5,\\ \left|x^2-1\right|>x^2+7;\end{cases}$

3) $\left[\begin{array}{l}\dfrac{|x-5|}{\sqrt{x^2+2x+1}}\le 1,\\ |x-3|-|1-x|+|x+4|>0;\end{array}\right.$ 4) $\left[\begin{array}{l}\sqrt{5-x}\,(1-|x|)\ge 0,\\ \dfrac{1}{3-|5-x|}>\dfrac{3}{4}.\end{array}\right.$

III уровень

3.1. Найдите сумму всех натуральных решений неравенства:

1) $\dfrac{x^3-x^2+5x}{x^2-x-6}\cdot\dfrac{x^3}{\sqrt{5-x}}\ge 0$; 2) $\dfrac{x^3-2x^2-2x+1}{(|3+x|-4)^4\cdot\sqrt{9-x^2}}>0$;

3) $\dfrac{y^2-x^2+6x-7}{x+5}<y^2$, где $y=\sqrt{3-x}$.

3.2. Найдите все значения a, при которых неравенство имеет единственное решение:

$$\left(x^2+8x+17\right)\cdot\left(y^2-4y+a\right)\le 18.$$

3.3. Определите, при каких значениях параметра a всякое решение неравенства $6x^2+x-1<0$ будет одновременно решением неравенства $ax^2-(1-3a)x+a^2>0$.

3.4. Решите систему неравенств в зависимости от параметра a:

$$\begin{cases}x^2+(a-2)x-a<0,\\ x^2-(3-a)x+a+1\le 0.\end{cases}$$

3.5. Определите, при каких значениях параметра a неравенство выполняется для любых x:

$$\frac{2x^2+ax-1-a}{x^2-2x+4}>-2.$$

3.6. Решите неравенство:

1) $\left|\dfrac{x^2-5x+4}{4-x^2}\right| \le 3;$ 2) $\left|1-\left|x^2-4x-4\right|\right| > 1;$

3) $0 < \left|2|x-2|+5\right| \le 10;$ 4) $\sqrt{x-3}\cdot\left|3-\dfrac{x^2+5x-4}{x^2+6}\right| > 0;$

5) $\dfrac{|4-x|-2}{1+|x+2|} < |x|;$ 6) $\dfrac{x^4-5\sqrt{x^4-2x^2+4}-2x^2+4}{|5-0{,}5x|} \ge 0;$

7) $|x-1| \le \dfrac{|x|^2-2|x|-3}{\sqrt{(5-x)^2}};$ 8) $\dfrac{(x-0{,}3)\cdot\left(|x-1|-|-x|\right)}{(2x-4)^2} \le 0;$

9) $\sqrt{9x-x^2-8}\cdot\left(4-\left|x^2-3x-4\right|\right) \le 0.$

3.7. Определите, при каких значениях параметра *a* неравенство выполняется при всех $x \in \mathbf{R}$:

$$x^2-|x-a|+|x-2|+4 > 0.$$

Тема 8.

I уровень

1.1. Решите тригонометрическое уравнение:

1) $\cos(-2x) = -\dfrac{\sqrt{3}}{2};$ 2) $\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{4}=0\right);$

3) $2\sin x+\sqrt{3}=0;$ 4) $2\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2};$

5) $\sqrt{3}\mathrm{tg}x-1=0;$ 6) $\mathrm{ctg}x+1=0;$

7) $\sqrt{3}\mathrm{tg}\left(\dfrac{x}{3}+\dfrac{\pi}{3}\right)=3;$ 8) $\left(\mathrm{ctg}3x-\dfrac{\pi}{4}\right)=0.$

1.2. Решите уравнение:

1) $15\sin^2 x-25\sin x-10=0;$ 2) $\cos^2 x-\dfrac{1}{2}\cos x-\dfrac{1}{2}=0;$

3) $\mathrm{tg}^2 2x-4\mathrm{tg}2x+3=0;$ 4) $5\sin^2\dfrac{x}{2}+\cos\dfrac{x}{2}-6=0;$

5) $\mathrm{tg}3x+3\mathrm{tg}3x=2\sqrt{3};$ 6) $\sin 2x-\cos x=0;$

7) $\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+x\right)+\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)=1;$ 8) $\sin x+\cos 3x=0;$

9) $3\cos 3x-3\cos 5x=3\sin 4x;$ 10) $2\cos^2 x+\sin 2x=0;$

1.3. Решите неравенство:

1) $-3\mathrm{tg}x \ge \sqrt{3};$ 2) $2\cos x \ge \sqrt{3};$

3) $\mathrm{ctg}\left(\dfrac{3\pi}{2}-\dfrac{x}{2}\right) \le \sqrt{3};$ 4) $2\sin(\pi+3x) \le \sqrt{3};$

5) $\mathrm{tg}\left(\pi+\dfrac{x}{3}\right)+1 \ge 0;$ 6) $\sin x+4 \le 0.$

II уровень

2.1. Решите уравнение:

1) $4\sin^2 x-\sin 2x=3;$

2) $2\cos^2\frac{x}{3}+3\sin\frac{x}{3}=0;$

3) $\mathrm{tg}^2 x-\left(1+\sqrt{3}\right)\mathrm{tg}x+\sqrt{3}=0;$

4) $\mathrm{tg}\left(2\left(x+\pi\right)\right)+4=5\mathrm{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-2x\right);$

5) $\sin 4x+\sin^2 2x=0;$

6) $\cos 3x+\cos x=4\cos 2x;$

7) $2\cos^2 x+3\sin 4x+4\sin^2 2x=0;$

8) $\sin x\cos x\cos 2x\cos 8x=\frac{1}{4}\sin 12x;$

9) $2\sin^2 2x+3\cos^2 2x=2{,}5\sin 4x;$

10) $2\cos^2 3x+\sin^2 3x=1{,}5\sin 6x;$

2.2. Решите неравенство:

1) $\mathrm{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{x}{2}\right)-1\le 0;$ 2) $\sin^2 x+2\sin x<0;$

3) $\cos\left(\frac{3\pi}{4}-4x\right)+0{,}5>0;$ 4) $4\sin\frac{x}{2}\ge 3;$

5) $\cos^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\left|\sin 2x\right|-3\ge 0;$ 6) $\cos^4 x+\sin^4 x\le\frac{5}{8}.$

III уровень

3.1. Решите уравнение:

1) $2\cos^2 3x+\sin 5x=1;$

2) $\sin^4 x+\cos^4 x=\frac{1}{2}\sin 2x;$

3) $\sin^6 x+\cos^6 x=\frac{1}{4};$

4) $\sin^4\frac{x}{2}+5\cos x+4=0;$

5) $4\cos^2\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)+6\sin^2\left(\frac{x}{4}+\frac{\pi}{8}\right)=4;$

6) $\frac{\sin x}{\sin x-3\cos x}+\frac{4}{\mathrm{tg}x+3}=\frac{18}{\mathrm{tg}^2 x-9};$

7) $\mathrm{ctg}^2 2x+\mathrm{ctg}2x=4-\mathrm{tg}^2 2x+\mathrm{tg}2x;$

8) $2\sin^2 x+3\cos 2x-4=5\sin 2x;$

9) $\cos^4 x+3-4\sin 2x=\sin^4 x;$

10) $\cos 2x=\sin^3 x-\cos^3 x;$

3.2. Решите неравенство:

1) $2\mathrm{tg}^2 2x-1>0;$ 2) $-\frac{\sqrt{3}}{2}\le\cos x<\frac{2}{3};$

3) $\cos^2\frac{x}{3}\le\sin^2\frac{x}{3}-0{,}5;$ 4) $\sqrt{\sin^2\left(\frac{3\pi}{2}-2x\right)+4}\le 0;$

5) $\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{6}-x\right)\ge 3;$ 6) $4\cos x\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)>\sqrt{3}.$

Тема 9.

I уровень

1.1. Установите, имеет ли уравнение корни:

1) $7^x = 49$; 2) $3^{x^2} = 3^{-9}$; 3) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 7$;

4) $6^{\sqrt{x-2}} = 6^{\sqrt{2-x}}$; 5) $\frac{1}{3^{\sqrt{x}}} = 3^{-2}$; 6) $5^{x-2} = 0$;

7) $2^{x+3} = -\frac{1}{2}$; 8) $5^{4x} = -5$; 9) $\sqrt[x]{3} = 9$;

10) $\sqrt[x+2]{2}^{\,10} = 4$.

1.2. Определите, сколько корней имеет уравнение $3^x = 5^x$. Как это можно установить графически?

1.3. Решите уравнение:

1) $4^x = 8$; 2) $2 \cdot 4^x = 16$; 3) $3^{x+3} = 81$;

4) $10^{x^2+4x+4} = 1$; 5) $\left(\frac{5}{2}\right)^x \cdot \left(\frac{25}{4}\right)^x = \frac{125}{8}$; 6) $9^{|x-2|} = 81$;

7) $6^{x+2} + 2 \cdot 6^{x+1} = 288$; 8) $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0$; 9) $\sqrt{2^x} = 8^{-\frac{2}{3}}$;

10) $3^x + \frac{6}{3^x} = 5$.

1.4. Решите уравнение:

1) $\log_2(x^2 - 1) = 3$; 2) $\log_{0,1}(2x^2 + x) = -1$;

3) $\log_x(x + 6) = 2$; 4) $\log_{x+2} 6 = 2$;

5) $\lg(3x^2 + 2x) = \lg(2x + 12)$; 6) $\log_{x+2}(x^2 + 2) = \log_{x+2}(x + 4)$;

7) $\log_{x+1}(x + 2) = \log_{3-x}(x + 2)$; 8) $\log_9 x + 2\log_3 x = 5$;

9) $\log_2^2 x + 2\log_2 x = -1$; 10) $\log_3^2 x - \log_9 x^2 = 6$;

11) $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$; 12) $\log_{x+3}\left(\frac{3x-11}{1-x}\right) = 1$;

13) $\log_3 x = 1 + \log_x 9$.

1.5. Определите, для каких значений неизвестного выполняется неравенство:

1) $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-3x+1} > 0$; 2) $7^{\frac{1}{x+1}} \geq 0$;

3) $3^x < 0$; 4) $6^{-\sqrt{x}} > 0$;

5) $\frac{3}{5^{\sqrt{x^2+7}}} \leq 0$; 6) $e^{\sqrt[4]{3+x^6}} > 0$;

7) $\sqrt[x]{2} \geq 0$; 8) $5^{\frac{2}{x}} + 3 > 0$;

9) $4^{\sqrt[x]{3}} + 2^{\sqrt[x]{3}} + 2 \leq 0$; 10) $\sqrt[x]{3}^{\,12} > 0$;

11) $e^{-\sqrt[x]{2}} + e^{-\frac{x}{2}\sqrt{3}} > 0$; 12) $\sqrt[x-1]{e}^{\,6} + \sqrt[3]{\pi}^{\,x} \geq 0$.

1.6. Определите, принадлежит ли $x = -2$ множеству решений неравенства:

1) $\dfrac{2}{3^{x^2-1}} < \dfrac{1}{3^{x+1}}$; 2) $5^{\sqrt{x-2}} \ge 25$;

3) $x^2 - 5x + 2 > 3^{\sqrt{x-2}-1}$; 4) $2^x - \dfrac{1}{2^x} < 3^{x+1}$.

1.7. Решите неравенство:

1) $3^{x-1} > 0$; 2) $5^{x^2-x+1} \le 0$;

3) $\dfrac{1}{5^{\sqrt{x}-7}} < 0$; 4) $7^{x^2} + 7^x + 3 \ge 0$;

5) $2^x > 4$; 6) $\left(\sqrt{3}\right)^x \le \dfrac{1}{9}$;

7) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x > \dfrac{1}{4}$; 8) $512 - 2^x \ge 0$;

9) $25^{-x} > 0{,}2$; 10) $343 \le \left(\dfrac{1}{\sqrt{7}}\right)^x$;

11) $\sqrt[8]{e^x} < e^3$; 12) $\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^{x+3} \ge \left(\dfrac{4}{\pi}\right)^{x+2}$;

13) $\left(\dfrac{e}{2}\right)^{x^2} \le \left(\dfrac{e}{2}\right)^9$; 14) $\left(\dfrac{e}{3}\right)^{x^2} \le \left(\dfrac{e}{3}\right)^4$;

15) $9^{x^2} > \left(\dfrac{1}{3}\right)^2$; 16) $0{,}5^x < 8^{x^2}$;

17) $\left(\dfrac{1}{\sqrt[7]{e^3}}\right)^{-x} < \exp e$; 18) $\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{2^x}}\right) < 0{,}1$;

19) $\sqrt[x]{5} \le 125$; 20) $0{,}25 < \sqrt[x]{2}^{\frac{2}{x}}$;

21) $\dfrac{1}{81} > \sqrt[\frac{x}{6}]{\dfrac{1}{3}}$; 22) $0{,}04 < \sqrt[x]{5}^{\frac{5}{x}}$;

23) $2^{\frac{2x-1}{x}} < 4$; 24) $\left(\dfrac{1}{16}\right)^{-2x} < 4^3$;

25) $6^x > 13$; 26) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x > \dfrac{1}{4}$;

27) $e^x \le \pi$; 28) $(0{,}8)^{\frac{x^2-3x}{x}} - 0{,}64 > 0$;

29) $2 \cdot 8^{4-5x} < \left(\dfrac{1}{16}\right)^{x+2}$; 30) $3^{x+2} + 3^{x-1} \le 28$;

31) $5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5 < 0$; 32) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x} - 3 > 0$.

1.8. Решите неравенство графически:

1) $3^x > 3$; 2) $2^x \ge 3 - x$; 3) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x < x^2 + 1$.

1.9. Решите неравенство:

1) $\log_{\frac{1}{2}} x > 6$; 2) $\log_3 x \ge 2$;

3) $\log_2 x \le 3$; 4) $\log_{0,25} x < -2$;

5) $\lg x \ge 0{,}5$; 6) $\ln x < 3$;

7) $\log_5(x+3) \le 2$; 8) $\log_{0,16}(2-x) \le -0{,}5$;

9) $\log_4(x-11)^2 > 7$; 10) $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}}(x+1) < -4$;

11) $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{x} \ge 3$; 12) $\log_\pi \frac{2}{x-3} < 1$;

13) $\lg \frac{x+2}{x-3} \le 1$; 14) $\ln(x^2+5x+7) < 0$;

15) $\lg(2x-3) > \lg(x+1)$; 16) $\log_5(75-3x) < \log_5(x+3)$;

17) $\log_{\sqrt{7}}|x+2| < 6$; 18) $\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}|x-3| \ge -2$;

19) $\log_{0,001}|x^2+1| \le -\frac{1}{3}$; 20) $\log_2\left|\frac{x+1}{x-1}\right| > -1$;

21) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2+2x-8) \ge -4$; 22) $\ln|x+2| > \ln(x+2)$;

23) $\log_{\frac{1}{3}}(-x^2+3x+13) > -2$; 24) $\ln\left(x^2 - 80\exp 2\right) \ge 2$;

25) $\log_{0,25} \frac{x^2+1}{x-3} > -0{,}5$; 26) $\log_{81}|x-1| \ge \frac{1}{4}$;

27) $\log_3^2 x - 9 \le 0$; 28) $\log_{0,1}^2 x - 100 > 0$;

29) $\log_{0,5}^2(x+1) - 25 < 0$; 30) $\log_2^2(x-3) - 81 \ge 0$;

31) $\log_2^2 x - \log_2 x \le 6$; 32) $2\log_{0,5}^2 x - 5\log_{0,5} x - 3 > 0$;

33) $\log_x 5 < 1$; 34) $\log_x 36 \ge 2$;

35) $\log_x(x-1) > 2$; 36) $\log_{3x-2} x \le 1$;

37) $\lg|x| > \lg|x+3|$; 38) $\log_{0,3}(2x-4) \ge \log_{0,3}(x+1)$;

39) $\log_{0,1}(5x+2) \le \log_{0,1}(7x+3)$;

40) $\log_{\frac{2}{3}}\left(x^2+2x+1\right) \ge \log_{\frac{2}{3}}\left(4x^2+7x+3\right)$;

41) $\log_7 x + \log_7(x+2) < \log_7(x+6)$;

42) $\log_{0,3}(x+27) - \log_{0,3}(16-2x) \ge \log_{0,3} x$;

43) $\log_9(x^2+14x+49) \le 2\log_3(x+1)$;

44) $\log_{0,49}(x^2+12x+36) \le \log_{0,7}|x-3|$.

II уровень

2.1. Решите уравнение:

1) $3^{x-2} = 5^{x^2-5x+6}$; 2) $9^x - 4\cdot 3^x + 3 = 0$;

3) $2^{3x} + 8\cdot 2^x - 6\cdot 2^{2x} = 0$; 4) $15\cdot 2^{x+1} + 15\cdot 2^{-x+2} = 135$;

5) $4\cdot 9^x + 12^x - 3\cdot 16^x = 0$; 6) $9^x + 6^x = 2\cdot 4^x$;

7) $10^{\frac{2}{x}} + 25^{\frac{1}{x}} = 4{,}25\cdot 50^{\frac{1}{x}}$; 8) $4^{x+2\sqrt{x^2-3}} - 5\cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-3}} = 6$;

9) $4^{\lg x+1} - 6^{\lg x} - 2\cdot 3^{2\lg x+2} = 0$; 10) $18^{2x}\cdot 2^{-2x}\cdot 3^{x+1} = 3^{x-1}$;

11) $8^x - 4^x = 2^x$; 12) $\sqrt{\frac{3}{5}}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{x-1} = \frac{\sqrt[4]{5^{3x-1}}}{\sqrt{3}}$;

13) $9^{\sqrt{x^2+4x+4}} = \sqrt{3}$; 14) $8^x + 18^x = 2\cdot 27^x$;

15) $5^x = 3$; 16) $2^{x-3} = 3^{3-x}$.

2.2. Найдите значение выражения $\left(2+\sqrt{3}\right)^x-\left(2-\sqrt{3}\right)^x$, если $\left(7+4\sqrt{3}\right)^x+\left(7+4\sqrt{3}\right)^{-x}=18.$

2.3. Решите уравнение:

1) $(x+5)^{x^2-x-1}=(x+5)^{2x+3}$; 2) $(7-x)^{x^2-7x+10}=(7-x)^{4x-14}$;

3) $|x|^{x^2-x-2}=1$; 4) $|5x-30|^{x^2}=|30-5x|^{15-14x}$;

5) $|3x-15|^{54-3x}=|15-3x|^{x^2}$.

2.4. Решите уравнение:

1) $x^x=x$; 2) $x^{\lg x}=1$; 3) $x^{3\lg x}=10x^2$;

4) $x^{\sqrt{x}}=\left(\sqrt{x}\right)^x$; 5) $\sqrt{x^{\lg\sqrt{x}}}=10$; 6) $x^{\lg^3 x-5\lg x}=0{,}0001.$

2.5. Решите уравнение:

1) $\log_{\log_5 x} 4=2$;

2) $\log_{x^2+x+2}(\log_{x^2-4} 3x)=0$;

3) $\log_{x^2+6x+8}\log_{2x^2+2x+3}(x^2-2x)=0$;

4) $\frac{1}{2}\log_5(x+5)+\log_5\sqrt{x-3}=\frac{1}{2}\log_5(2x+1)$;

5) $\lg 5+\lg(x+10)=1-\lg(2x-1)+\lg(21x-20)$;

6) $\log_{\frac{1}{5}}\frac{2+x}{10}-\log_{\frac{1}{5}}\frac{2}{x+1}=0$;

7) $\log_{\frac{5+x}{3}} 3=\log_{\frac{1}{x+1}} 3$;

8) $\log_x^3 10-\log_x^2 10-6\log_x 10=0$;

9) $\log_3\log_8\log_2(x-1)=\log_3 2-1$;

10) $\log_{x^3+x}(x^2-4)=\log_{4x^2-6}(x^2-4)$;

11) $\lg\frac{1}{x}\lg\frac{x}{10}=\log_{\sqrt{2}}\frac{1}{8}$;

12) $\frac{1}{\sqrt{2x-2}}=(2x-2)^{\log_{\frac{1}{36}}\left(12-x-x^2\right)}$;

13) $\log_{\frac{1}{2}}^2(4x)+\log_2\left(\frac{x^2}{8}\right)-8=0$;

14) $\log_4(\log_2 x)+\log_2(\log_4 x)=\frac{1}{2}$;

15) $\log_4\log_2\frac{x}{2}-\log_4\log_4 x=0$;

16) $\log_{5x}\frac{5}{x}+\log_5^2 x=1$;

17) $\log_x(125\cdot x)\cdot\log_{25}^2 x=1$;

18) $\lg^4(x-1)^2+\lg^2(x-1)^3=25$;

19) $\log_x\left(5\sqrt{5}\right)-1{,}25=\log_x^2\sqrt{5}$;

20) $\lg^2 x^2=\lg|x|=2$;

21) $\log_{x^2} 16+\log_{2x} 64=3.$

2.6. Решите неравенство:

1) $4^x - 6\cdot 2^x + 8 < 0;$ 2) $2^x + 2^{2x+} - 3\cdot 2^{2x+1} > -3;$

3) $\dfrac{1}{3^x+5} \le \dfrac{1}{3^{x+1}-1};$ 4) $36^x - 2\cdot 18^x + 8\cdot 9^x > 0;$

5) $2^{x^2}\cdot 5^{x^2} \le 10^{-3}\left(10^{3-x}\right)^2;$ 6) $2^{2x+2} + 6^x - 2\cdot 3^{2x+2} > 0;$

7) $3^{x^2+2} - 5^{x^2-1} > 5^{x^2+1} + 3^{x^2-1};$ 8) $\left(\sqrt{2}\right)^{3x} + \left(2\sqrt{2}\right)^x \ge 2\cdot 4^x;$

9) $6^x - 2^x \le 32;$ 10) $\dfrac{1}{5}\cdot 5^{2x}\cdot 7^{3x+2} \le \dfrac{25}{7}\cdot 7^{2x}\cdot 5^{3x};$

11) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\log_9\left(\frac{1}{x^2}+6+9x^2\right)} \ge \dfrac{1}{x};$ 12) $\dfrac{125^x - 5^{2x+1} + 2\cdot 5^x}{\sqrt{1-x^2}} \ge 0;$

13) $3\left(\sqrt[x]{3}\right)^2 - 2\sqrt[x]{3} - 1 \ge 0;$ 14) $5\sqrt[x]{0,16} + 3\sqrt[x]{0,4} - 2 \le 0.$

2.7. Решите неравенство:

1) $\left|4 - \log_2 x\right| > 2;$ 2) $\dfrac{\log_2(4x-5)}{\log_2 \log_5 \frac{13}{4}} > 0;$

3) $x\lg x - \dfrac{2}{\log_x 10} < 0;$ 4) $\log_{\left(x^2+1\right)} x^2 \le 0;$

5) $\log_{1+x}\left(5-|x|\right) \le 0;$ 6) $\log_{0,5}\left(\log_6 \dfrac{x^2+x}{x+4}\right) < 0;$

7) $\dfrac{\lg^2 x - 3\lg x + 3}{\lg x - 1} > 1;$ 8) $\log_{\frac{1}{3}} \log_2 \dfrac{3x+6}{x^2+2} > 0;$

9) $\log_3 \log_2 \log_4 x < 0;$ 10) $\dfrac{\log_2 x}{\log_2 x - 2} < \dfrac{2}{\log_2 x + 6};$

11) $\log_2 x \le \dfrac{2}{\log_2 x - 1};$ 12) $\dfrac{3x^2 - 2x - 1}{\log_3(x-1)} \le 0;$

13) $\dfrac{\left(\log_{x-1}(5-x)\right)^2}{x^2 - 8x + 15} \ge 0;$ 14) $\log_3 x \log_5 \dfrac{x}{5} - \log_5 \dfrac{25}{x^3} \le \log_3 x^2 - 2;$

15) $\log_3 x \log_4 x < \log_3 x^3 + \log_4 x^4 - 12;$

16) $\log_4^2\left(6x - x^2 + 4\right) + 3\log_{0,25}\left(6x - x^2 + 4\right) < -2;$

17) $\log_{\frac{1}{3}}(x+27) + \log_3(16-2x) > \log_{\frac{1}{3}} x;$

18) $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2 - 6x + 18\right) - 2\log_{\frac{1}{3}}(x-4) < 0;$

19) $\log_3\left((x+2)\cdot(x+4)\right) + \log_{\frac{1}{3}}(x+2) < \dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{3}} 7.$

III уровень

3.1. Решите уравнение:

1) $\left(\sqrt{2}+1\right)^{\frac{6x-6}{x+1}} = \left(\sqrt{2}-1\right)^{-x};$

2) $\left(\sqrt{9-4\sqrt{5}}\right)^x + \left(\sqrt{9+4\sqrt{5}}\right)^x = 18;$

3) $\left(\sqrt{5-2\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{5+2\sqrt{3}}\right)^x = \left(\sqrt{10}\right)^x;$

4) $\sqrt{2^x\cdot\sqrt[3]{4^x\cdot(0,125)^{\frac{1}{x}}}} = 4\sqrt[3]{2};$

5) $3\cdot\sqrt{4^x+4-2^{x+2}}=3\cdot 2^{x+1}-2^{2x}-2;$

6) $\sqrt[x]{27^{2x-1}}=\sqrt{9^{2x-1}};$

7) $\left(\sqrt{26}+5\right)^{x+4}=\left(\sqrt{26}+5\right)^{\frac{x+4}{x-6}};$

8) $6\sqrt[x]{9}-13\sqrt[x]{6}+6\sqrt[x]{4}=0;$

9) $\sqrt[x]{5^{5\sqrt{x}}}=5^{\sqrt{x}-4};$

10) $3^{2x^2+6x-9}+4\cdot 15^{x^2+3x-5}=3\cdot 5^{2x^2+6x-9};$

11) $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x+1}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x-1}=\dfrac{101}{10\left(2-\sqrt{3}\right)};$

12) $\sqrt{9^x-5\cdot 3^x+4}+\sqrt{9^x-7\cdot 3^x+6}+\sqrt{3^{21x}+5\cdot 3^x-6}=0;$

13) $\left(\sqrt{\sqrt{x^2-8x+9}+\sqrt{x^2-8x+7}}\right)^x+$

$+\left(\sqrt{\sqrt{x^2-8x+9}-\sqrt{x^2-8x+7}}\right)^x=2^{1+\frac{x}{4}};$

14) $27\cdot 2^{-3x}+9\cdot 2^x-2^{3x}-27\cdot 2^{-x}=8;$

15) $\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^{\sin x}+\left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^{\sin x}=\dfrac{10}{3};$

16) $26^x-\left(6+\sqrt{10}\right)\cdot\left(6-\sqrt{10}\right)^x-\left(6-\sqrt{10}\right)\cdot\left(6+\sqrt{10}\right)^x+26=0.$

3.2. Найдите сумму корней уравнения:

1) $\left(|x|-1\right)\log_{|x|}\left(x^2+12\right)=4;$ 2) $3^{2x^2-6x+3}+6^{x^2-3x+1}=2^{2x^2-6x+3}.$

3.3. Решите уравнение:

1) $\log_2\left(9-2^x\right)=10^{\lg(x-3)};$

2) $\log_x\log_9\left(3^x-9\right)=1;$

3) $\log_{0,5}\left(2+\log_5\left(3^x-2\right)\right)=-2;$

4) $\log_3\left(\log^2_{\frac{1}{2}}x-3\log_{0,5}x+5\right)=2;$

5) $\log_3\left(3^x-1\right)\log_{\frac{1}{3}}\left(3^{x+2}-9\right)=-3;$

6) $\log_3\left(2^x-1\right)+\log_3\left(2^x-3\right)=1;$

7) $\log^2_3\left(4^x-3\right)+\log_3\left(4^x-3\right)-2=0;$

8) $x\log_2 x^2+1=2x+\log_2 x.$

3.4. Решите уравнение:

1) $\log_{1+x^2}\left(\sqrt[4]{x}+x^2+2x+1\right)=\log_{1+x^2}\left(\sqrt[4]{x}-x^3+4x+1\right);$

2) $\log_{\left(x^2-6\right)}(x^2-11x+19)=\log_{\left(x^2-11\right)}\left(x^2-11x+19\right);$

3) $\log_{3x+7}(9+12x+4x^2)+\log_{2x+3}\left(6x^2+23x+21\right)=4;$

4) $\log_{\frac{2}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}}\left(x^2+4x-2\right)=\log_{\frac{1}{2-\sqrt{3}}}\left(x^2+4x-3\right);$

5) $\log_{2\sqrt{3+\sqrt{5}}}\left(x^2-6x+4\right)-\log_{2+\sqrt{5}}\left(x^2-6x+1\right)=0;$

6) $x\log_2\left(x^2\right)+1=2x+2\log_4 x;$

7) $\sqrt{4+2\log_2\left(1-\frac{8x}{(2x+1)^2}\right)}=\log_2\frac{2x+1}{2x-1}+2\log_2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right);$

8) $\left|\log_2(4x+9)\right|=\log_2\left(1+|x+2|\right)+\log_2\left(1-|x+2|\right);$

9) $\log_{\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2}\frac{5x+1}{x-2}+\log_{\frac{5x+1}{x-2}}\left|\frac{x+1}{x-2}\right|=\frac{3}{2}.$

3.5. Решите неравенство:

1) $5^{\log_5(x-7)}<4;$ 2) $25^{\log_{0,1}\log_5\left(-\frac{1}{x}\right)}<1;$

3) $5^{\lg\left(\frac{1}{x}\right)}>0,2^{2\lg 2};$ 4) $0,3^{\frac{6\log_2 x-3}{\log_2 x}}\le\sqrt[3]{0,027^{2\log_2 x-1}};$

5) $0,2^{\log_2^2(-x)+3}\le 5^{2\log_2 x^2};$ 6) $x^{\sqrt{\log_2\sqrt{x}}}>2;$

7) $x^{\lg x}\le 100x;$ 8) $x^{\lg^2 x-3\lg x+1}>1000;$

9) $\left(\frac{x}{3}\right)^{\log_3 x-2}>9;$ 10) $x^{\log_{0,5}^2 x}+x^{\log_{0,5} x}\le 2,5;$

11) $(x-3)^{x^2-5x+6}\ge 1;$ 12) $x^{0,5\log_{0,2} x-3}\le 0,2^{3-2,5\log_{0,2} x}.$

3.6. Решите неравенство:

1) $\left(\sqrt{14-6\sqrt{5}}\right)^{x-\sqrt{x}}>\left(3-\sqrt{5}\right)^{x+\sqrt{x}};$ 2) $\sqrt{2}^{\left||x+3|+1\right|}<64;$

3) $\sqrt{2^{x^2+2x-10}}\ge\left(\sqrt{33+\sqrt{128}}-1\right)^x;$ 4) $\frac{1}{7^{\frac{1}{x}+2}}<4;$

5) $3^{-|x-5|}\cdot\log_2\left(10x-x^2-23\right)\ge 1;$ 6) $\frac{1}{5^{\frac{1}{x}+3}}\le 2.$

3.7. Решите неравенство:

1) $\log_{\sqrt{6}-\sqrt{2}}\left(x^2+4x+11+4\sqrt{3}\right)<2;$ 2) $\log_{8x-12x^2}8^{-x}>0;$

3) $\log_{0,5}\left(\log_2^2 x-3\log_2 x+4\right)>-1;$ 4) $\frac{\sqrt{2-x^2+2x}+x-2}{\log_3\left(\frac{5}{2}-x\right)+\log_3 2}\le 0;$

5) $\log_2\left(3^x-1\right)+\log_2\left(3^x-2\right)>1;$ 6) $\left(4^{-x}+3\cdot 2^x\right)^{\log_7 x+\log_x 7-2}\le 1;$

7) $\log_{\frac{x}{3}}27\ge\left(1+\frac{2}{1-\log_3 x}\right)\log_{\frac{x}{27}}9;$ 8) $\log_2 x^x-3\log_2\frac{x}{2}\ge x;$

9) $\log_2\left(2^x-1\right)\log_{0,5}\left(2^{x+1}-2\right)>2;$ 10) $\log_x\log_3\left(9^x-6\right)\ge 1.$

1. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил решение задачи в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов;

2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Предлагаемые студенту задания позволяют проверить компетенции ОПК-1.

Сущность внутренней дифференциации состоит в обеспечении разноуровневости, предполагающая такую организацию обучения, при которой студенты, обучаясь по одной программе, имеют право и возможность усваивать ее на различных планируемых уровнях, но не ниже уровня обязательных требований. Каждой группе предлагать задания, ориентированные на предел возможностей самых сильных его представителей.

Оценочный лист

Оцениваемый критерий	**Оценка**				
	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание …
Обоснованность выбора способа решения					
Правильность, корректность и логичность вычислений и преобразований					
Верный ответ					

Составитель ________________________ Манторова И.В.