МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) СКФУ в г. Пятигорске

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ФЭиЭ
_____________ А.В.Пермяков
«__» _____________ 2020г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
для проведения текущей аттестации

По дисциплине	**КОРРЕКТИРУЮЩИЙ КУРС ПО МАТЕМАТИКЕ**
Направление подготовки	08.03.01 Строительство
Направленность (профиль)	Городское строительство и хозяйство
Квалификация выпускника	Бакалавр
Форма обучения	заочная
Год начала обучения	2020

Объем занятий: Итого	27 ч.	1 з.е.
В том числе аудиторных	3 ч.	
Из них:		
Практических занятий	3 ч.	
Самостоятельной работы	24 ч.	

Дата разработки: «__» ___________ 2020 г.

Предисловие

1. Назначение для проверки знаний, умений и навыков текущего контроля.
2. Фонд оценочных средств текущего контроля на основе рабочей программы дисциплины составлен в соответствии с образовательной программой по направлению подготовки 08.03.01, утвержденной на заседании учебно-методического совета ФГАОУ ВО «СКФУ» протокол №__ от «__» _____________ 2020 г.

3. Разработчик __________________________Янукян Э.Г., доцент кафедры ФЭиЭ

4. ФОС рассмотрен и утвержден на заседании кафедры физики, электротехники и электроэнергетики
Протокол №__ от «__» ____________ 2020 г.

5. ФОС согласован с выпускающей кафедрой строительства
Протокол №__ от «__» ____________ 2020 г.

6. Проведена экспертиза ФОС. Члены экспертной группы, проводившие внутреннюю экспертизу:
Председатель_____________________________________
____
____

Экспертное заключение: данные оценочные средства соответствует требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, рекомендуются для использования в учебном процессе.
«____»_________________________

_________________(подпись)

7. Срок действия ФОС один год.

По дисциплине **КОРРЕКТИРУЮЩИЙ КУРС ПО МАТЕМАТИКЕ**

Направление подготовки 08.03.01 Строительство
Направленность (профиль) Городское строительство и хозяйство
Квалификация выпускника Бакалавр
Форма обучения заочная
Год начала обучения 2020

Код оцениваемой компетенции (или её части)	Модуль, раздел, тема (в соответствии с Программой)	Тип контроля	Вид контроля	Компонент фонда оценочных средств	Количество заданий для каждого уровня, шт.	
					Базовый	Продвинутый
ОПК-1	Темы 1-9	текущий	письменный	Комплект заданий и вопросов по разделам дисциплины	118	54

Составитель ________________________ Янукян Э.Г.
«____»_________________2020 г.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) СКФУ в г. Пятигорске

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ФЭиЭ
_____________ А.В.Пермяков
«__» ______________ 2020г.

Комплект заданий и вопросов по темам дисциплины
Тема 1.

I уровень

1.1. Пусть $A = [-2, 3]$, $B = (-\infty, 0)$, $C = [0, 4)$. Найдите множество:
1) $A \cup B$; 2) $A \cap B$; 3) $B \cup C$; 4) $B \cap C$;
5) $(A \cup B) \cap C$; 6) $A \cup (B \cap C)$; 7) $A / (B \cap C)$.

1.2. Пусть A – множество натуральных делителей числа 15; B – множество простых чисел, меньших 10; C – множество четных чисел, меньших 9. Найдите множество:
1) $A \cup B$; 2) $A \cap B$; 3) $B \cap C$;
4) $(A \cup C) \cap B$; 5) $A \cup (C \cap B)$; 6) $A \cap B \cap C$.

1.3. В группе учатся 28 студентов, каждый из которых умеет кататься на лыжах или коньках. При этом 20 человек умеют кататься на лыжах, 15 человек – на коньках. Определите, сколько студентов умеют кататься и на коньках, и на лыжах.

1.4. Задано некоторое количество натуральных чисел, которые кратны или числу 2, или числу 3. Известно, что числу 2 кратны 10 чисел; числу 3 кратны 7 чисел; и числу 2, и числу 3 кратны 4 числа. Определите общее количество заданных чисел.

1.5. Все 25 человек класса сходили в театр или кино. Известно, что 20 человек были в кино, 10 человек – и в театре, и в кино. Сколько человек было в театре?

1.6. Вычислите:
1) $3!+2!$; 2) $\frac{5!}{3!}$; 3) $\frac{(2\cdot 3)!}{2\cdot 3!}$; 4) $\frac{(5-2)!}{5!-2!}$.

1.7. Сократите дробь:
1) $\frac{(n+1)!}{2\cdot n!}$; 2) $\frac{(2n)!}{(2n+1)!}$.

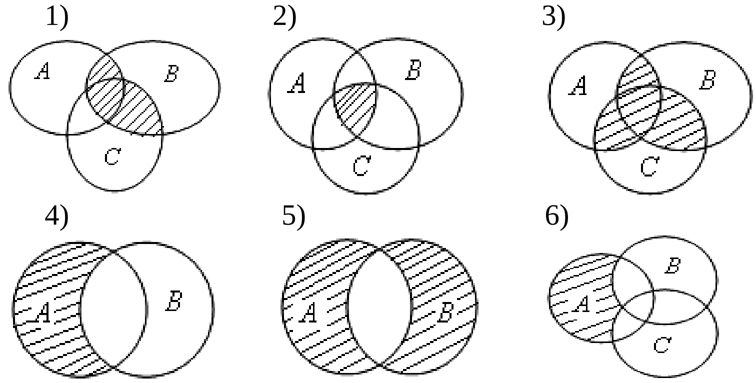
1.8. Определите целую и дробную части числа:
1) 1,02; 2) –1,2; 3) $\frac{3}{2}$;
4) $\frac{3}{28}$; 5) –5,2; 6) 3,25.

1.9. Вычислите выражение:
1) $[2{,}8] + 3[-2{,}8] - 2\{2{,}25\}$; 2) $\frac{\{6{,}25\}}{[5{,}25]} + [-7{,}08]$.

1.10. Запишите сумму, указав каждое слагаемое, и вычислите ее:
1) $\sum_{n=1}^{5}\frac{1}{n}$; 2) $\sum_{n=2}^{6}\frac{(-1)^n}{n-1}$; 3) $\sum_{n=0}^{4}\frac{(-1)^{n+1}}{(n+1)!}$.

II уровень

2.1. Запишите, с помощью каких операций над множествами *A, B, C* получено заштрихованное множество на рисунке:



2.2. Пусть $A = [-\infty;\, 2],\ B = [-3;\, 5)$ – подмножества универсального множества U = **R**. Найдите множество:

1) $A \cup \overline{B}$; 2) $\overline{A} \cap B$; 3) $\overline{A \cup B}$; 4) $\overline{A} \cap \overline{B}$.

2.3. Заданы множества:

$A = \{a_n \mid a_n = 2n,\ n \in \mathbf{N}\}$; $B = \{b_n \mid b_n = 4n - 2,\ n \in \mathbf{N}\}$;

$C = \{c_n \mid c_n = 4n + 2,\ n \in \mathbf{N}\}$.

Найдите множество:

1) $A \cup B$; 2) $A \cap B$; 3) $B \setminus C$;

4) $A \setminus B$; 5) $A \cap B \cap C$; 6) $A \cup B \cup C$.

2.4. В школе 1400 учеников. Из них 1250 умеют кататься на лыжах, 952 – на коньках. Ни на лыжах, ни на коньках не умеют кататься 60 учащихся. Сколько учащихся умеют кататься и на лыжах, и на коньках?

2.5. В группе из 100 туристов 70 человек знают английский, 45 французский и 23 человека знают оба языка. Сколько туристов в группе не знают ни английского, ни французского языка?

2.6. В штучном отделе магазина посетители обычно покупают либо один торт, либо одну коробку конфет, либо один торт и коробку конфет. В один из дней было продано 57 тортов и 36 коробок конфет. Сколько было покупателей, если 12 человек купили и торт, и коробку конфет?

2.7. В первом туре олимпиады участвовали 100 студентов, из них 70 человек получили право участвовать во втором туре олимпиады по физике, 45 – по математике. Известно, что 23 человека могут участвовать во втором туре и по физике, и по математике. Сколько студентов не допущено ко второму туру ни по физике, ни по математике?

2.8. Сравните дроби:

1) $\dfrac{(2n)! - (2n-2)!}{(2n-1)!}$ и $\dfrac{(2n)! + (2n-2)!}{(2n+2)!}$;

2) $\dfrac{(2n-1)! + (2n+1)!}{n(2n)!}$ и $\dfrac{(2n)! + n^2(2n-1)!}{(2n+2)!}$.

2.9. Сократите дробь и упростите полученное выражение:

1) $\dfrac{(n-1)! + 3n!}{(n+1)(n-1)! - (n-2)!}$; 2) $\dfrac{(n-1)! + (n-3)!}{2n^2(n-3)! + (n-2)!}$;

3) $\dfrac{2nn!-3(n-1)!}{(n+1)!-4n!}$;   4) $\dfrac{(2n)!+(2n+2)!}{(2n-2)!-(2n)!}$.

III уровень

3.1. Для универсального множества **R** рассматриваются подмножества $A=\{x|\ x^2-4\le 0,\ x\in \mathbf{R}\}$, $B=\{x|\ x^2-6x+5>0,\ x\in \mathbf{R}\}$. Найдите множество:

1) $A\cap \overline{B}$;   2) $\overline{A\cup B}$;   3) $\left(\overline{A\cap \overline{B}}\right)\setminus B$.

3.2. Докажите включение:

1) $\left((A\cup B)\setminus C\right)\subset \left(A\cup (B\setminus C)\right)$;

2) $\left((A\cap B)\setminus C\right)\subset \left((A\cup B)\setminus C\right)$.

3.3. Докажите равенство:

1) $\left(A\setminus B\right)\cup (B\setminus A)=(A\cup B)\setminus (A\cap B)$;

2) $(A\setminus B)\setminus C=A\setminus (B\cup C)$.

Тема 2.

I уровень

1.1. Укажите действительную и мнимую часть комплексного числа:

1) $-2-3i$;   2) $-i+\sqrt{5}$;   3) $-6i$;   4) $1+\sqrt{3}-(\sqrt{5}+1)i$.

1.2. Найдите сумму и произведение комплексных чисел:

1) $z_1=1+2\sqrt{6}i$ и $z_2=1-2\sqrt{6}i$;

2) $z_1=4-3i$ и $z_2=2+i$;

3) $z_1=0{,}2+2i$ и $z_2=-0{,}3+3i$.

1.3. Найдите разность и частное комплексных чисел:

1) $z_1=2+2i$ и $z_2=1-i$;

2) $z_1=2\sqrt{5}+\sqrt{6}i$ и $z_2=2\sqrt{5}-\sqrt{6}i$;

3) $z_1=2i$ и $z_2=1+i$.

1.4. Найдите действительную часть комплексного числа:

1) $(5-6i)(-10+8i)$;   2) $(\sqrt{3}+i)(\sqrt{2}-i\sqrt{3})$;

3) $\dfrac{4}{1-3i}$;   4) $\dfrac{(3+4i)(-1+3i)}{6-8i}$.

1.5. Найдите мнимую часть комплексного числа:

1) $(4-6i)\cdot 0{,}5i$;   2) $\dfrac{4-5i}{-2+7i}$;   3) $\dfrac{-4+6i}{(2+i)(3-2i)}$.

1.6. Выполните действия:

1) $i^3\cdot i^{81}$;   2) $\dfrac{1}{i^3}$;   3) i^{235};

4) $\dfrac{1}{i^8}-\dfrac{2-i}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)}$;   5) $(1-6i)(1+2i)^2-i^{12}$.

1.7. Определите, при каких действительных значениях x и y равны комплексные числа:

1) $z_1=x^2+3y+i$ и $z_2=xi+y$;   2) $4y+x^2i=4i+2y+x$.

1.8. Проверьте справедливость равенства $z=\left(2-\dfrac{z+1}{z+7}\right)^2$ при условии $z=3+4i$.

1.9. Представьте число в тригонометрической и показательной формах, изобразите его на плоскости:

1) $z=-2i$; 2) $z=8-8\sqrt{3}i$; 3) $z=1{,}5\sqrt{3}+1{,}5i$;

4) $z=12$; 5) $z=\left(\sqrt{5}-2\right)i$; 6) $z=-10+10i$.

1.10. Представьте комплексное число в алгебраической форме:

1) $z=2\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)$; 2) $z=5\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$;

3) $z=-\sqrt{2}i\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$.

1.11. Используя тригонометрическую формулу комплексного числа, выполните действия:

1) $\left(-3+\sqrt{3}i\right)\cdot\frac{1}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$; 2) $\left(-4+4\sqrt{3}i\right)\cdot\left(2+2\sqrt{3}i\right)$;

3) $\frac{-2+2\sqrt{3}}{1-i}$; 4) $\frac{8i}{2+2\sqrt{3}i}$;

5) $\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{3}i\right)\cdot\left(-\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{i\sqrt{6}}{4}\right)$; 6) $\frac{\sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)}{\sqrt{3}-i}$;

7) $\sqrt{3}\left(\cos\frac{23\pi}{45}+i\sin\frac{25\pi}{45}\right)\cdot 2\sqrt{3}\left(\cos\frac{22\pi}{45}+i\sin\frac{22\pi}{45}\right)$.

1.12. Возведите в степень:

1) $\left(\cos\frac{\pi}{18}+i\sin\frac{\pi}{18}\right)^9$; 2) $\left(\sqrt{2}\cdot\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{18}\right)\right)^8$;

3) $(2+2i)^5$; 4) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}i\right)^{10}$.

1.13. Представив комплексные числа $z_1=-1-i$, $z_2=\sqrt{2}-\sqrt{2}i$, $z_3=1+\sqrt{3}i$ в тригонометрической форме, вычислите $\frac{4z_1\cdot z_3}{z_2}$.

1.14. Вычислите корни из комплексных чисел и дайте геометрическую интерпретацию их значений:

1) $\sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i}$; 2) $\sqrt[3]{27i}$; 3) $\sqrt{-1-i}$; 4) $\sqrt{-6+6\sqrt{3}i}$;

5) $\sqrt[3]{-125}$; 6) $\sqrt[3]{\frac{-i}{8}}$; 7) $\sqrt{4-4i}$; 8) $\sqrt[3]{-i}$.

1.15. Выполните действия, результат запишите в алгебраической форме:

1) $\left(\sqrt{3}-i\right)^{100}$; 2) $\frac{\left(\sqrt{2}(1+i)\right)^4}{1+2i}$;

3) $\frac{3\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)}{2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)}$; 4) $\left(\frac{2\left(\cos\frac{11\pi}{9}+i\sin\frac{11\pi}{9}\right)}{\frac{1}{4}\left(\cos\frac{2\pi}{9}+i\sin\frac{2\pi}{9}\right)}\right)^3$;

5) $\dfrac{\left(\sqrt{2}-i\sqrt{2}\right)^6}{1-i}$; 6) $\dfrac{\left(\sqrt{3}+i\right)^3}{1+3i}$.

1.16. Решите уравнение:

1) $z^2-3z+4=0$; 2) $z^3-1=0$;

3) $2z^2+8=0$; 4) $z^2+z+1=0$;

5) $\dfrac{1}{2}z^2+\left(\dfrac{4-3i}{2}\right)z+2-3i=0$.

II уровень

2.1. Укажите действительную и мнимую часть комплексного числа:

1) $(1-i)(1+i)\sqrt{3}$; 2) $\dfrac{2+2i}{i}+2$;

3) $\dfrac{6-4i}{(3-2i)(1-i)}+i^3$; 4) $\dfrac{(1+i)^2}{1-\sqrt{3}i}$;

5) $\dfrac{(4-i)^2-(5-2i)^2}{i^{11}}$.

2.2. Выполните действия:

1) $\dfrac{5+12i}{8-6i}+\dfrac{(1+2i)^2}{2+i}$; 2) $(3+i)^3-(3-i)^3$;

3) $\dfrac{(m+ni)(n+mi)}{n-mi}$; 4) $\dfrac{(1+i)^3}{1-i}+\dfrac{1}{i^{10}}$;

5) $\dfrac{(1+i)^3-(1-i)^3}{(1+i)^2-(1-i)^2}$; 6) $(1+i)^4-\dfrac{4-i}{2+i}$;

7) $(2i)^3+\dfrac{\sqrt{3}-i}{1-2i}$.

2.3. Представьте число в тригонометрической и показательной формах:

1) $z=\dfrac{2-i}{1+i}$; 2) $z=\cos\dfrac{\pi}{6}-i\sin\dfrac{\pi}{6}$;

3) $z=-0{,}5\sqrt{3}-0{,}5i$; 4) $z=(1+2i)\cdot(1-i)$;

5) $z=6\left(\sin\dfrac{2\pi}{3}+i\cos\dfrac{2\pi}{3}\right)$; 6) $z=1-\sqrt{3}$.

2.4. Даны комплексные числа $z_1=-2+2\sqrt{3}i$ и $z_2=1-i$. Представив их в тригонометрической форме, вычислите:

1) $5z_1\cdot z_2$; 2) $\dfrac{z_2}{2z_1}$; 3) $-\dfrac{z_1^3}{z_2}$; 4) $\bar{z}_2^6$.

2.5. Используя тригонометрическую форму комплексного числа, выполните действия:

1) $\left(-2\sqrt{5}+2\sqrt{5}i\right)^3\cdot(1+i)^2$; 2) $(1-i)^2\left(0{,}25-0{,}25\sqrt{3}i\right)^3$;

3) $\dfrac{4\left(\cos\dfrac{7\pi}{30}+i\sin\dfrac{7\pi}{30}\right)}{\left(\cos\dfrac{17\pi}{60}+i\sin\dfrac{17\pi}{60}\right)^2}$; 4) $\dfrac{4\sqrt{3}-4i}{(-1+i)\left(\sqrt{2}+\sqrt{6}i\right)}$.

2.6. Возведите в степень, результат запишите в алгебраической форме:

1) $\left(\dfrac{1+i}{-1-i}\right)^{20}$;   2) $\left(\dfrac{1+i}{i-1}\right)^{100}\cdot 2\left(\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$;

3) $\dfrac{1}{\left(\sqrt{3}-i\right)^{12}}$;   4) $\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{40}$.

2.7. Вычислите корни, а результат изобразите на комплексной плоскости:

1) $\sqrt[4]{16i}$;   2) $\sqrt[4]{-4}$;   3) $\sqrt[5]{-1+i}$;

4) $\sqrt[6]{2-2i\sqrt{3}}$;   5) $\sqrt[4]{-8-8\sqrt{3}i}$;   6) $\sqrt[6]{-64i}$.

2.8. Решите уравнение:

1) $z^2-64i=0$;   2) $z^4+4=0$;

3) $z^4-2\sqrt{3}z^2+4=0$;   4) $z^2+4iz+6(2-5i)=0$;

5) $z^4-4z^2+16=0$;   6) $z^2-(8+3i)z+13(1+i)$;

7) $z^2+(1+i)z+2^{\frac{i}{2}}=0$.

2.9. Изобразите на комплексной плоскости множество точек, для которых:

1) $\dfrac{\pi}{6}<\arg(z+1)\le\dfrac{\pi}{4}$;   2) $1\le|z+1-i|\le 2$;

3) $\begin{cases}0<\operatorname{Im}(z+2i)\le 1,\\ \operatorname{Re}z>-5;\end{cases}$ 4) $\begin{cases}0\le\arg(z-1+2i)\le\dfrac{3\pi}{4},\\ \operatorname{Im}(z+i)\ge 1;\end{cases}$

5) $|z+1|+|z-i|>2$;   6) $\begin{cases}\arg z=\dfrac{\pi}{4},\\ |z-1-i|=2.\end{cases}$

III уровень

3.1. Найдите мнимую часть комплексного числа:

1) $z=\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{11}+4$;   2) $z=(1-2i)^6-(1+2i)^6$.

3.2. Найдите действительную часть комплексного числа:

1) $i^{81}+\left(\dfrac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3+\left(\dfrac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^3$;   2) $\dfrac{5i-2}{3i+1}+i+\dfrac{8i-3}{2-i}$.

3.3. Считая x и y действительными числами, решите уравнение:

1) $(-1+2i)x-(1-4i)y=2-i$;

2) $(2-7i)x+(4-3i)y=(-6+3i)x-6$;

3) $\dfrac{2+5i}{x-y}-\dfrac{1-3i}{x+y}=\dfrac{-7x+12i}{y^2-x^2}$.

3.4. Представьте в алгебраической и тригонометрической формах комплексные числа и выполните действия:

1) $\dfrac{\left(0{,}5\sqrt{2}+0{,}5\sqrt{6}i\right)^3}{\left(-1{,}5+0{,}5\sqrt{3}i\right)^2\cdot i}\cdot 3$;   2) $2\cdot\left(\dfrac{-\cos\dfrac{5\pi}{12}+i\sin\dfrac{5\pi}{12}}{\cos\dfrac{13\pi}{12}-i\sin\dfrac{13\pi}{12}}\right)^3$;

3) $\dfrac{16i\left(\sin\dfrac{\pi}{6}+i\cos\dfrac{\pi}{6}\right)}{\left(-1+\sqrt{3}i\right)^4}-i;$ 4) $\dfrac{4\sqrt{2}\left(\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)+i\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)}{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-i\right)\cdot(1-i)^2}.$

3.5. Пусть $z_1=3+4i$, $z_2=-4+3i$. Найдите действительные значения a и b, для которых $\dfrac{z_1}{z_2}=az_1+bz_2$.

3.6. Изобразите множество точек комплексной плоскости, координаты x и y которых удовлетворяют условию

$$x^2+i-2x+2yi=y-1+\frac{4y^2-1}{2y-1}i.$$

3.7. Найдите комплексное число z, удовлетворяющее уравнению

$$(i-z)\cdot(1+2i)+(1-iz)\cdot(3-4i)=1+7i.$$

3.8. Определите, при каких действительных значениях x и y комплексные числа $z_1=9y^2-4-10xi^5$ и $z_2=8y^2+20i^{11}$ являются сопряженными.

3.9. Решите уравнение:

1) $z^3-\dfrac{2\sqrt{2}}{1-i}=0;$ 2) $-z^5+i=2;$ 3) $z^2+|z|=0;$

4) $\left(z^2+z+1\right)\cdot\left(z^2+z+2\right)=12.$

Тема 3.

I уровень

1.1. Вычислите:

1) $\dfrac{(0{,}3)^2-(0{,}7)^2}{0{,}4}-4{,}8\cdot 5{,}2;$ 2) $\dfrac{4\cdot 0{,}1\cdot 3{,}99}{1-(0{,}97)^2}-0{,}725(8);$

3) $\dfrac{19^4}{\left(7\dfrac{1}{4}\right)^3+\left(11\dfrac{3}{4}\right)^3}\cdot\dfrac{1687}{16}.$

1.2. Упростите выражение:

1) $\dfrac{25}{a^2+5a+25}-\dfrac{2a}{5-a}-\dfrac{a^3+25a^2}{a^3-125};$

2) $\left(\dfrac{x+y}{x-y}\cdot\left(1-\dfrac{x}{x+y}\right)^{-1}\right)\cdot\left(1+\dfrac{y}{x-y}\right);$

3) $\dfrac{x^2+(a+b)\cdot x+ab}{x^2-(a-c)\cdot x-ac}\cdot\dfrac{x^2-c^2}{x^2-a^2}.$

1.3. Известно, что $x_1+x_2=\dfrac{7}{5}$ и $x_1\cdot x_2=-\dfrac{1}{5}$. Найдите:

1) $\left(\dfrac{x_1}{x_2}+\dfrac{x_2}{x_1}\right);$ 2) $\left(x_1^3+x_2^3\right).$

1.4. Докажите, что при $a,\ b\in\mathbf{N}$, дробь $\dfrac{(a+b)^4}{a^4+b^4}$ – неправильная.

1.5. Разложите по формуле бинома Ньютона:

1) $(x+y)^8;$ 2) $(a+0{,}1\cdot b)^4;$ 3) $\left(\sqrt{5}-1\right)^5.$

II уровень

2.1. Упростите выражение:

1) $\dfrac{(1-2x)^{-2}}{\left(\left(\dfrac{4x^3-4x^2+x}{x+2}\right)^{-1}-\dfrac{2-x}{1-8x^3}\cdot\dfrac{4x^2+2x+1}{2x^2+x}\right)}-\dfrac{x-2}{5};$

2) $\dfrac{x^{-6}-64}{4+2x^{-1}+x^{-2}}\cdot\dfrac{x^2}{4-4x^{-1}+x^2}-\dfrac{4(2x+1)}{x^{-2}(1-2x)}.$

2.2. Известно, что $x_1+x_2=0{,}3$; $x_1\cdot x_2=2$, найдите:

1) $\left|\dfrac{1}{x_1^2}-\dfrac{1}{x_2^2}\right|;$ 2) $x_1^{\,6}+x_2^{\,6}.$

2.3. Докажите, что $\dfrac{2(x^4+4x^2-12)-x^4-11x^2-30}{x^2-9}>0$, при любых $x\in\mathbf{R}$, $x\neq\pm3.$

2.4. Разложите по формуле бинома Ньютона и упростите полученное выражение:

1) $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^{10};$ 2) $\left(\dfrac{1}{2}a-3b\right)^{6};$ 3) $\left(3+\dfrac{1}{3a}\right)^{5}.$

2.5. Вычислите:

1) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^7;$ 2) $\left(\dfrac{3}{\sqrt{5}}+\dfrac{5}{\sqrt{3}}\right)^4;$ 3) $\left(2+\dfrac{1}{\sqrt{7}}\right)^6.$

III уровень

3.1. Определите знак выражения при $a>1$:

$$\frac{1}{1-a}+\frac{1}{1+a}+\frac{2}{1+a^2}+\frac{4}{1+a^4}+\frac{8}{1+a^8}+\frac{16}{1+a^{16}}+\frac{32}{1+a^{32}}.$$

3.2. Сократите дробь:

1) $\dfrac{x^{35}+x^{34}+\ldots+x+1}{x^{11}+x^{10}+\ldots+x+1};$ 2) $\dfrac{a^{29}+a^{28}+\ldots+a+1}{a^9+a^8+\ldots+a+1}.$

3.3. Найдите значение выражения $a-\sqrt{a^2+2}$, если $a+\sqrt{a^2+2}=4.$

3.4. Вычислите значение выражения

$(a\ +1)\cdot(a^2+1)\cdot(a^4+1)\cdot(a^8+1)\cdot(a^{16}+1)$ при $a=2.$

3.5. Докажите, что

$x^4-2x^2y-2xy^2+x^2+y^2+y^4>0$ при любых x, y.

3.6. Упростите выражение $(1+2x)^7-(1-2x)^5.$

3.7. Найдите разность между коэффициентом и биномиальным коэффициентом при x^{-5} для выражения $\left(x-\dfrac{2}{x}\right)^9.$

Тема 4

I уровень

1.1. Запишите многочлен в стандартном виде:

1) $(5x-4y)^3-(y+x)^2-x$; 2) $(a^2-b^2)^2+(a^2+b^2)^2$.

1.2. Найдите значение многочлена при $x = x_0$:

1) $P(x)=3x^3+4x^2-2x+1,\ \ x_0=1$;

2) $P(x)=16x^4+0{,}2x-11,\ \ x_0=0{,}2$.

1.3. Выполните деление многочлена $P(x)$, результат запишите в виде равенства:

1) $P(x)=5x^3+3x^2-2x+1$ í à $(x-1)$;

2) $P(x)=3x^4+2x^2-x+1$ í à x.

1.4. Найдите (если они существуют) целые корни многочлена:

1) x^3+2x^2+x-4; 2) $x^4-x^3+x^2-2x-5$.

1.5. Разложите многочлен на множители:

1) $a^2-2ab+2a-4b$; 2) $72a^5x^4-54a^3x^5+36a^2x^6$;

3) $(2x+1)^3-8$; 4) $y^2-10y+25-4m^2$;

5) $(a-b)^2-(c+d)^2-a+b-c-d$.

II уровень

2.1. Выполните действия, запишите результат в стандартном виде, определите старшую степень многочлена:

1) $(-x^2-4x-1)\cdot(4x^2+x-3)$;

2) $(-2ax^2xy^4-8y^7)\cdot(5a^7x-2x^4+3y)$.

2.2. Не выполняя деления, проверьте, делится ли данный многочлен $P(x)=x^4+4x^3+x^2-2x+8$ на:

1) $x-1$; 2) $x+2$.

Если не делится, укажите остаток от деления.

2.3. Найдите частное и остаток от деления:

1) $\dfrac{3x^4+x^4-x+1}{x^2+3}$; 2) $\dfrac{7-x^4}{x^3+1}$.

2.4. Выполните действия и найдите значение выражения при $x=-1$:

$$\frac{3x^6+11x^3+x^5+4x^2-4}{x^3+4}-3x^3-2x^2+4.$$

III уровень

3.1. Известно, что многочлен $P(x)=x-\lambda x^3-4x+1$ имеет целые корни. Найдите значение λ, при котором они существуют.

3.2. Сократите дробь $\dfrac{x^4-x^3-x+1}{x^4-2x^3-x^2-2x+1}$.

3.3. Найдите:

1) наибольшее значение выражения $8ab-5a^2-5b^2$ и определите, при каких a и b оно достигается;

2) наименьшее значение многочлена

$2x^2+5x^2+3z^2-6xy-2xz+5yz.$

3.4. Найдите сумму всех целых значений n, при каждом из которых значение выражения:

1) $\dfrac{3n-5}{n+1}$ является целым числом;

2) $\dfrac{6n-9}{2n-1}$ является натуральным числом;

3) $\dfrac{3n^2-16n+23}{n-3}$ является натуральным числом.

3.5. Разложите на множители:

1) $x^3+y^3+z^3-(x+y+z)^3$; 2) p^4+324;

3) x^3-3x-2; 4) $63m^4n^3+27m^3n^4-45m^5n^7$;

5) $7-56a^6b^3$; 6) $x^3-3x^2-16x+48$;

7) $16x^4-1$; 8) $(a+b)^3+(a-b)^3-3a$.

Тема 5

I уровень

1.1. Решите уравнение:

1) $3x^4+3x^3-7x^2-7x=0$; 2) $\left(x^2-5x+2\right)\cdot\left(x^2-5x-1\right)=28$;

3) $x^8+3x^4-4=0$; 4) $x^6-7x^3-8=0$;

5) $x^3-3x^2+6x-8=0$; 6) $x^4-16-x^3+4x=0$;

7) $5x^7+3x^6-x^5=0$; 8) $x^4-3x^3+2x^2-3x+1=0$;

9) $2x^3+5x^2+5x+2=0$; 10) $\left(x^2-x-2\right)^2+\left(x^2-x-2\right)-2=0$;

II уровень

2.1. Решите уравнение:

1) $3x^3+4x-7=0$; 2) $\left(3x^2-3x+5\right)^2=\left(2x^2+6x-3\right)^2$;

3) $2x^3-9x^2+12x-5=0$; 4) $(x-2)\cdot(x-3)^2\cdot(x-4)=20$;

5) $x^4-1+\left(x^2-1\right)^2=0$; 6) $3x^4+2x^3+5x^2+2x+3=0$;

7) $x^4-7x^2-6{,}25=0$; 8) $3x\cdot(x-1)\cdot(x+2)\cdot(x-3)=48$;

9) $x^3+10x^2+35x+42=0$; 10) $(x+2)^4+2x^2+8x-16=0$;

III уровень

3.1. Решите уравнение:

1) $9+4\sqrt{10}x^2-x^4=0$; 2) $5x^3-x^2-36=0$;

3) $\left(x^3+x^2-12\right)^2+\left(x^4-16\right)^4=0$; 4) $\dfrac{2x^3+3x^2-4x-1}{5x^{49}-3x^{11}-2}=0$;

5) $\dfrac{x^3+3x^2-2x-4}{\sqrt{x^2+2x-1}}=0$; 6) $(x+3)^4+(x+5)^4=16$;

7) $\left(x^2-\sqrt{5}x\right)\cdot\left(2x^3+5\sqrt{3}x^2-3{,}125x\right)=0$;

8) $\left(2x^2-3x+1\right)\cdot\left(2x^2+5x+1\right)=9x^2$;

9) $4(x+5)\cdot(x+6)\cdot(x+10)\cdot(x+12)-3x^2=0$;

10) $\left(x^2+x-21\right)^2+\left(x^2+6x+4\right)^2=25(x+5)^2$;

Тема 6.

I уровень

1.1. Решите уравнение:

1) $3\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)-7\left(1+\dfrac{1}{x}\right)=0$; 2) $\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{2}{x}=4$;

3) $\dfrac{3}{9-x}+2=x$; 4) $\dfrac{-5}{4-x^2}-\dfrac{x}{x-2}=0$;

5) $\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{3(x-2)}{x}-4=0$; 6) $\dfrac{(x+1)\cdot(x-1)\cdot(x-7)}{\sqrt{20-19x-x^{11}}}=0$;

7) $\dfrac{\left(x^2-7x+10\right)\sqrt{16-2x}}{32-4x}=0;$ 8) $\dfrac{x^3-8}{2x-4}=12x-18.$

1.2. Решите уравнение:

1) $|1-x|-7=0;$ 2) $|3-x|+3=0;$

3) $\sqrt{(x-5)^2}-3=0;$ 4) $\left|-x^2-4\right|=5;$

5) $|x-5|=2x+5;$ 6) $|x-3|=-x;$

7) $|x-2|-|x+6|=0;$ 8) $\left|x^3\right|-x^2=-2;$

9) $\sqrt{9x^2+30x+25}=2-x;$ 10) $|2+|3+x||-5=0;$

11) $\dfrac{7}{|x-2|}=3;$ 12) $\sqrt{x+1}\cdot(|x+2|-4)=0;$

13) $\dfrac{|2-x|-3}{2x^2-9x-5}=0;$ 14) $(x-4)^2-5|x-4|-14=0.$

II уровень

2.1. Решите уравнение:

1) $\dfrac{-4}{2x^2-5x-3}=\dfrac{1}{2x+1}-\dfrac{3}{3-x};$ 2) $\dfrac{x}{x-4}+x^{-1}-\dfrac{2}{4-x}=0;$

3) $(x+3)^2-\dfrac{1}{x^2+6x}=0;$ 4) $\dfrac{x^2-x}{x^2-x+1}=\dfrac{x^2-x+2}{x^2-x-2}+1;$

5) $\dfrac{1}{x-1}+\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{3}{x-3}=\dfrac{6}{x+6};$ 6) $\dfrac{3x^2+11x+6}{8+10x-3x^2}=\dfrac{x+3}{4-x};$

7) $\dfrac{x-6\sqrt{x}+5}{2-2\sqrt{x}}=\dfrac{x}{5};$ 8) $\dfrac{7-2x-5x^2}{3x^{202}-4x^{101}+1}=0.$

2.2. Решите уравнение:

1) $|2-x|+|3x-6|+|x|=4;$ 2) $\dfrac{(|x-6|-4)\cdot(|2x+3|-7)\cdot|x|}{\sqrt{2-x}}=0;$

3) $||x+4|-2x|=3x-1;$ 4) $\left|(2x-1)^4+3(2x-1)^2\right|-10=0;$

5) $\left(\dfrac{x+4}{2}\right)^2+\left|2+\dfrac{x}{2}\right|=2;$ 6) $\dfrac{x|x-1|}{|x-2|}=-\dfrac{2}{3};$

7) $\left|\dfrac{x-2}{x^3}\right|=x|2-x|;$ 8) $\dfrac{x^2+\sqrt{x^2+8x+16}}{|x|}=|1-x|;$

9) $\left|x^2+2|x|+3\right|=2;$ 10) $\left|\dfrac{x+1}{2x-4}\right|-2\left|\dfrac{2x-4}{x+1}\right|=-1;$

III уровень

3.1. Решите уравнение:

1) $\dfrac{-x^2-3\sqrt{2}x-4}{x^2-\left(4-\sqrt{2}\right)x-\sqrt{32}}=0;$ 2) $9x^2+\dfrac{1}{x^2}-10\left(3x+\dfrac{1}{x}\right)+30=0;$

3) $x^2+\dfrac{36x^2}{(x+6)^2}=1;$ 4) $\dfrac{4x^2+3x+2}{3x^2+1}=\dfrac{3x^2+3x+6}{2x^2+5};$

5) $\dfrac{1-(1,5x)^{-1}}{(3x-2)^{-1}}=(3x)^{-1}+5x^{-1};$ 6) $\dfrac{x^2+5x+4}{x^2-7x+4}+\dfrac{x^2-x+4}{x^2+x+4}+\dfrac{13}{3}=0;$

7) $\dfrac{x^2}{x+5}+\dfrac{5x}{x^2-5}-6=0;$ 8) $\dfrac{x^2+ax+a^2}{x^2-ax+a^2}=\dfrac{a^2}{x^2}.$

3.2. Найдите квадрат суммы корней $x-\dfrac{2}{x}=\dfrac{4a^2}{(a-1)^2}$ при $a>1$.

3.3. Определите при каких значениях a уравнение имеет действительные корни:

$$(a-2)\cdot\left(\frac{x^2+1}{x^2}\right)^2-a\frac{x^2+1}{x^2}+3a=0.$$

3.4. Решите уравнение:

1) $\dfrac{\sqrt{8-x}\cdot\left(\left|x^2-9\right|-8x\right)}{\sqrt{x}+1}=0;$ 2) $\left|2x^2-3x+4\right|=\left|3x-2\right|+2x^2+2;$

3) $\left|\left|\left|3-x^2\right|-2x\cdot\right|-4\right|=5;$ 4) $\left|\dfrac{x^2-5x-14}{x^2-2x-8}\right|=\dfrac{x^2-2x-8}{x^2-5x-14};$

5) $\left|x^2-4x+3\right|=-\left(4+2\sqrt{3}\right)x;$ 6) $\dfrac{|x-1|+|x+3|-4}{\sqrt{7-x^2}}=0.$

Тема 7.

I уровень

1.1. Решите неравенство:

1) $\dfrac{9}{x}\ge\dfrac{x}{9};$ 2) $\dfrac{23}{1-x}\ge\dfrac{3}{4};$ 3) $\dfrac{3}{5+x}<\dfrac{2x}{x-1};$

4) $\dfrac{1}{7-28x^2}\le\dfrac{4}{5};$ 5) $x-5+\dfrac{6}{x}<0;$ 6) $\dfrac{x^2}{(x+1)^2}>1;$

7) $\dfrac{x^2-6x+10}{x^2-8x+15}\le 0;$ 8) $\dfrac{2}{x^2-x+1}-\dfrac{1}{x+1}\ge\dfrac{2x-1}{x^3+1}.$

1.2. Решите систему и совокупность неравенств:

1) $\begin{cases}x^2-9<0,\\ x^2-x-6\ge 0;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\left(x^2-3x-2\right)\cdot\left(x^2-3x+1\right)<10,\\ x^2\le 4;\end{cases}$

3) $\begin{cases}\dfrac{x-1}{2}-\dfrac{2x+4}{3}>x-5,\\ 3x-\dfrac{2x-5}{3}>6-0{,}2x;\end{cases}$ 4) $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}3x-7>0,\\ 2x+19>0,\end{cases}\\ \begin{cases}3x-5\ge 0,\\ 2x-16\le 0;\end{cases}\end{array}\right.$

5) $\begin{cases}x^2>25,\\ x^2+6x\le 27;\end{cases}$ 6) $\begin{cases}\dfrac{3}{2x-5}<\dfrac{5}{7-x},\\ x^4+3x^3<4x^2;\end{cases}$

7) $\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{x^2}>4,\\ \dfrac{x}{20}-\dfrac{5}{x}\le 0;\end{array}\right.$ 8) $\begin{cases}\dfrac{4}{6-x}>\dfrac{6}{x},\\ 9-4x^2\ge 0.\end{cases}$

1.3. Решите неравенство:

1) $|2+x|+2\geq 0$;
2) $|3-x|+1<0$;
3) $|3-x|\leq 2$;
4) $|2x-1|>5$;
5) $|2(x-2)|\leq x^2-4$;
6) $|0{,}5x-0{,}3|>|5-x|$;
7) $2\leq|7-2x|<5$;
8) $|x+4|-2x\geq 3$;
9) $|x-1|+|2-x|>3$;
10) $|2x-5|-4\leq|7-2x|$.

1.4. Решите систему или совокупность неравенств:

1) $\begin{cases} 3-|x+4|\geq 0, \\ |x-1|-|x+4|<0; \end{cases}$
2) $\left[\begin{array}{l} |x-1|<6, \\ 3-|2-x|>4-x. \end{array}\right.$

II уровень

2.1. Решите неравенство:

1) $\dfrac{x(x-2)}{(x^2-2x+1)\cdot(x-3)^2}\geq 0$;
2) $\dfrac{(x-3)^3\cdot(x-2)}{(x+1)^4\cdot(x+5)}>0$;
3) $(x^2-4x+4)\cdot(3x^2-2x-1)\leq 0$;
4) $1\leq\dfrac{5x^2-3x+1}{x^2+2}\leq 3$;
5) $\dfrac{(x^2+2x+1)\cdot(x^2-6x+9)}{x-3}\geq 0$;
6) $5-x<x^2\leq 16$;
7) $\dfrac{x^2(x-2)\cdot(x-3)^4\cdot(5-x)^5}{(2-x)^3}<0$;
8) $5x-20\leq -x^2\leq 8x$;
9) $\dfrac{(x-5)^2\cdot\sqrt{x^2-3x+2}}{-x^2+4x-4}>0$;
10) $216x^6+19x^3\leq 1$;
11) $(x^2+7x-8)^2+(x^3+2x-3)^2\leq 0$;
12) $(6-x-x^2)^2+(x^3+x^2-7x+2)\leq 0$.

2.2. Решите систему и совокупность неравенств:

1) $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x+1\leq 0, \\ x-2>0, \end{cases} \\ \begin{cases} 4x-4>0, \\ 2x-3<0, \end{cases} \\ \begin{cases} 4x+2\geq 5x-3, \\ 2-3x<7-2x; \end{cases} \end{array}\right.$
2) $\begin{cases} (x-0{,}5)^2\cdot(3x+9)>(x+3)\cdot(4x^2-1), \\ \dfrac{5x+1}{x^2-3x-4}\leq -1; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{x^2-3x+1}{1-x^2}\leq 1, \\ \dfrac{(2x+6)\sqrt{x}}{(-5-x)^3\cdot(10-x)^2}>0; \end{cases}$
4) $\left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{2x^2}\geq\dfrac{2}{2x^2+32}, \\ \dfrac{4}{4x^2+2x-2}+\dfrac{1}{3+2x-x^2}<0. \end{array}\right.$

2.3. Найдите сумму целочисленных решений неравенства:

1) $\dfrac{x+2}{\sqrt{10-3x-x^2}}\leq 0$;
2) $(x^2-16)\sqrt{3-x}\leq 0$.

2.4. Найдите количество целых решений неравенства

$$-\frac{3}{x^2+2}\leq\frac{1}{1-2x}\leq\frac{1}{x^2},$$

принадлежащих промежутку $(-4;5]$.

2.5. Решите неравенство:

1) $\left|\frac{3-2x}{x-4}\right| \ge 1;$ 2) $\left|x^2+6x+8\right| \le -x^2-6x-8;$

3) $\sqrt{x^2-6x+9}+x<|12-4x|;$ 4) $\frac{\sqrt{9-x^2}\cdot\left(x^2-|x|-12\right)}{x-3} \ge 0;$

5) $(|x-3|-6)\cdot(|7-x|+4)<0;$ 6) $\left|\frac{x+7}{x-3}\right| > \frac{1}{x+3};$

7) $|2-|3+x||-5 \le 0;$ 8) $4-||2x+4|-8|<0;$

9) $|x-2|-\sqrt{x^2} \ge |4-3x|;$ 10) $\left|x^2-4\right|+|x-2|>5-x.$

2.6. Решите систему или совокупность неравенств:

1) $\begin{cases} |x-2| < \dfrac{3}{|x-1|-3}, \\ \left|x^2-1\right|-\left|4-x^2\right| \ge 5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2-|4x+2|>-5, \\ \left|\left|x^2-1\right|\right| > x^2+7; \end{cases}$

3) $\left[\begin{array}{l} \dfrac{|x-5|}{\sqrt{x^2+2x+1}} \le 1, \\ |x-3|-|1-x|+|x+4|>0; \end{array}\right.$ 4) $\left[\begin{array}{l} \sqrt{5-x}\,(1-|x|) \ge 0, \\ \dfrac{1}{3-|5-x|} > \dfrac{3}{4}. \end{array}\right.$

III уровень

3.1. Найдите сумму всех натуральных решений неравенства:

1) $\frac{x^3-x^2+5x}{x^2-x-6}\cdot\frac{x^3}{\sqrt{5-x}} \ge 0;$ 2) $\frac{x^3-2x^2-2x+1}{(|3+x|-4)^4\cdot\sqrt{9-x^2}} > 0;$

3) $\frac{y^2-x^2+6x-7}{x+5} < y^2$, где $y=\sqrt{3-x}$.

3.2. Найдите все значения a, при которых неравенство имеет единственное решение:

$$\left(x^2+8x+17\right)\cdot\left(y^2-4y+a\right) \le 18.$$

3.3. Определите, при каких значениях параметра a всякое решение неравенства $6x^2+x-1<0$ будет одновременно решением неравенства $ax^2-(1-3a)x+a^2>0$.

3.4. Решите систему неравенств в зависимости от параметра a:

$$\begin{cases} x^2+(a-2)x-a<0, \\ x^2-(3-a)x+a+1 \le 0. \end{cases}$$

3.5. Определите, при каких значениях параметра a неравенство выполняется для любых x:

$$\frac{2x^2+ax-1-a}{x^2-2x+4} > -2.$$

3.6. Решите неравенство:

1) $\left|\frac{x^2-5x+4}{4-x^2}\right| \le 3;$ 2) $\left|1-\left|x^2-4x-4\right|\right| > 1;$

3) $0<|2|x-2|+5| \le 10;$ 4) $\sqrt{x-3}\cdot\left|3-\frac{x^2+5x-4}{x^2+6}\right| > 0;$

5) $\frac{|4-x|-2}{1+|x+2|}<|x|$; 6) $\frac{x^4-5\sqrt{x^4-2x^2+4}-2x^2+4}{|5-0{,}5x|}\ge 0$;

7) $|x-1|\le \frac{|x|^2-2|x|-3}{\sqrt{(5-x)^2}}$; 8) $\frac{(x-0{,}3)\cdot(|x-1|-|-x|)}{(2x-4)^2}\le 0$;

9) $\sqrt{9x-x^2-8}\cdot\left(4-\left|x^2-3x-4\right|\right)\le 0$.

3.7. Определите, при каких значениях параметра a неравенство выполняется при всех $x\in\mathbf{R}$:

$$x^2-|x-a|+|x-2|+4>0.$$

Тема 8.

I уровень

1.1. Решите тригонометрическое уравнение:

1) $\cos(-2x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}=0\right)$;

3) $2\sin x+\sqrt{3}=0$; 4) $2\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}$;

5) $\sqrt{3}\mathrm{tg}x-1=0$; 6) $\mathrm{ctg}x+1=0$;

7) $\sqrt{3}\mathrm{tg}\left(\frac{x}{3}+\frac{\pi}{3}\right)=3$; 8) $\left(\mathrm{ctg}3x-\frac{\pi}{4}\right)=0$.

1.2. Решите уравнение:

1) $15\sin^2 x-25\sin x-10=0$; 2) $\cos^2 x-\frac{1}{2}\cos x-\frac{1}{2}=0$;

3) $\mathrm{tg}^2 2x-4\mathrm{tg}2x+3=0$; 4) $5\sin^2\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}-6=0$;

5) $\mathrm{tg}3x+3\mathrm{tg}3x=2\sqrt{3}$; 6) $\sin 2x-\cos x=0$;

7) $\left(\cos\frac{\pi}{4}+x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=1$; 8) $\sin x+\cos 3x=0$;

9) $3\cos 3x-3\cos 5x=3\sin 4x$; 10) $2\cos^2 x+\sin 2x=0$;

1.3. Решите неравенство:

1) $-3\mathrm{tg}x\ge\sqrt{3}$; 2) $2\cos x\ge\sqrt{3}$;

3) $\mathrm{ctg}\left(\frac{3\pi}{2}-\frac{x}{2}\right)\le\sqrt{3}$; 4) $2\sin(\pi+3x)\le\sqrt{3}$;

5) $\mathrm{tg}\left(\pi+\frac{x}{3}\right)+1\ge 0$; 6) $\sin x+4\le 0$.

II уровень

2.1. Решите уравнение:

1) $4\sin^2 x-\sin 2x=3$;

2) $2\cos^2\frac{x}{3}+3\sin\frac{x}{3}=0$;

3) $\mathrm{tg}^2 x-\left(1+\sqrt{3}\right)\mathrm{tg}x+\sqrt{3}=0$;

4) $\mathrm{tg}\left(2(x+\pi)\right)+4=5\mathrm{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-2x\right)$;

5) $\sin 4x + \sin^2 2x = 0$;

6) $\cos 3x + \cos x = 4\cos 2x$;

7) $2\cos^2 x + 3\sin 4x + 4\sin^2 2x = 0$;

8) $\sin x \cos x \cos 2x \cos 8x = \frac{1}{4}\sin 12x$;

9) $2\sin^2 2x + 3\cos^2 2x = 2{,}5\sin 4x$;

10) $2\cos^2 3x + \sin^2 3x = 1{,}5\sin 6x$;

2.2. Решите неравенство:

1) $\mathrm{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{x}{2}\right) - 1 \le 0$;

2) $\sin^2 x + 2\sin x < 0$;

3) $\cos\left(\frac{3\pi}{4} - 4x\right) + 0{,}5 > 0$;

4) $4\sin\frac{x}{2} \ge 3$;

5) $\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + |\sin 2x| - 3 \ge 0$;

6) $\cos^4 x + \sin^4 x \le \frac{5}{8}$.

III уровень

3.1. Решите уравнение:

1) $2\cos^2 3x + \sin 5x = 1$;

2) $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2}\sin 2x$;

3) $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{1}{4}$;

4) $\sin^4 \frac{x}{2} + 5\cos x + 4 = 0$;

5) $4\cos^2\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) + 6\sin^2\left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{8}\right) = 4$;

6) $\frac{\sin x}{\sin x - 3\cos x} + \frac{4}{\mathrm{tg}x + 3} = \frac{18}{\mathrm{tg}^2 x - 9}$;

7) $\mathrm{ctg}^2 2x + \mathrm{ctg} 2x = 4 - \mathrm{tg}^2 2x + \mathrm{tg} 2x$;

8) $2\sin^2 x + 3\cos 2x - 4 = 5\sin 2x$;

9) $\cos^4 x + 3 - 4\sin 2x = \sin^4 x$;

10) $\cos 2x = \sin^3 x - \cos^3 x$;

3.2. Решите неравенство:

1) $2\mathrm{tg}^2 2x - 1 > 0$;

2) $-\frac{\sqrt{3}}{2} \le \cos x < \frac{2}{3}$;

3) $\cos^2 \frac{x}{3} \le \sin^2 \frac{x}{3} - 0{,}5$;

4) $\sqrt{\sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)} + 4 \le 0$;

5) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) \ge 3$;

6) $4\cos x \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) > \sqrt{3}$.

Тема 9.

I уровень

1.1. Установите, имеет ли уравнение корни:

1) $7^x = 49$;

2) $3^{x^2} = 3^{-9}$;

3) $\left(\frac{1}{5}\right)^x = 7$;

4) $6^{\sqrt{x-2}} = 6^{\sqrt{2-x}}$; 5) $\dfrac{1}{3^{\sqrt{x}}} = 3^{-2}$; 6) $5^{x-2} = 0$;

7) $2^{x+3} = -\dfrac{1}{2}$; 8) $5^{4x} = -5$; 9) $\sqrt[x]{3} = 9$;

10) $\sqrt[x+2]{2}^{\,\frac{10}{}}$ — $\left(\sqrt[x+2]{2}\right)^{10} = 4$.

1.2. Определите, сколько корней имеет уравнение $3^x = 5^x$. Как это можно установить графически?

1.3. Решите уравнение:

1) $4^x = 8$; 2) $2 \cdot 4^x = 16$; 3) $3^{x+3} = 81$;

4) $10^{x^2+4x+4} = 1$; 5) $\left(\dfrac{5}{2}\right)^x \cdot \left(\dfrac{25}{4}\right)^x = \dfrac{125}{8}$; 6) $9^{|x-2|} = 81$;

7) $6^{x+2} + 2 \cdot 6^{x+1} = 288$; 8) $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 = 0$; 9) $\sqrt{2^x} = 8^{-\frac{2}{3}}$;

10) $3^x + \dfrac{6}{3^x} = 5$.

1.4. Решите уравнение:

1) $\log_2(x^2 - 1) = 3$; 2) $\log_{0,1}(2x^2 + x) = -1$;

3) $\log_x(x+6) = 2$; 4) $\log_{x+2} 6 = 2$;

5) $\lg(3x^2 + 2x) = \lg(2x + 12)$; 6) $\log_{x+2}(x^2 + 2) = \log_{x+2}(x+4)$;

7) $\log_{x+1}(x+2) = \log_{3-x}(x+2)$; 8) $\log_9 x + 2\log_3 x = 5$;

9) $\log_2^2 x + 2\log_2 x = -1$; 10) $\log_3^2 x - \log_9 x^2 = 6$;

11) $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$; 12) $\log_{x+3}\left(\dfrac{3x-11}{1-x}\right) = 1$;

13) $\log_3 x = 1 + \log_x 9$.

1.5. Определите, для каких значений неизвестного выполняется неравенство:

1) $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{x^2-3x+1} > 0$; 2) $7^{\frac{1}{x+1}} \ge 0$;

3) $3^x < 0$; 4) $6^{-\sqrt{x}} > 0$;

5) $\dfrac{3}{5^{\sqrt{x^2+7}}} \le 0$; 6) $e^{\sqrt[4]{3+x^6}} > 0$;

7) $\sqrt[x]{2} \ge 0$; 8) $5^{\frac{2}{x}} + 3 > 0$;

9) $4^{\sqrt[x]{3}} + 2^{\sqrt[x]{3}} + 2 \le 0$; 10) $\sqrt[\frac{12}{x}]{3} > 0$;

11) $e^{-\sqrt[x]{2}} + e^{-\sqrt[\frac{x}{2}]{3}} > 0$; 12) $\sqrt[\frac{6}{x-1}]{e} + \sqrt[\frac{x}{3}]{\pi} \ge 0$.

1.6. Определите, принадлежит ли $x = -2$ множеству решений неравенства:

1) $\dfrac{2}{3^{x^2-1}} < \dfrac{1}{3^{x+1}}$; 2) $5^{\sqrt{x-2}} \ge 25$;

3) $x^2 - 5x + 2 > 3^{\sqrt{x-2}-1}$; 4) $2^x - \dfrac{1}{2^x} < 3^{x+1}$.

1.7. Решите неравенство:

1) $3^{x-1} > 0$;
2) $5^{x^2-x+1} \le 0$;
3) $\dfrac{1}{5^{\sqrt{x-7}}} < 0$;
4) $7^{x^2} + 7^x + 3 \ge 0$;
5) $2^x > 4$;
6) $\left(\sqrt{3}\right)^x \le \dfrac{1}{9}$;
7) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x > \dfrac{1}{4}$;
8) $512 - 2^x \ge 0$;
9) $25^{-x} > 0{,}2$;
10) $343 \le \left(\dfrac{1}{\sqrt{7}}\right)^x$;
11) $\sqrt[8]{e^x} < e^3$;
12) $\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^{x+3} \ge \left(\dfrac{4}{\pi}\right)^{x+2}$;
13) $\left(\dfrac{e}{2}\right)^{x^2} \le \left(\dfrac{e}{2}\right)^9$;
14) $\left(\dfrac{e}{3}\right)^{x^2} \le \left(\dfrac{e}{3}\right)^4$;
15) $9^{x^2} > \left(\dfrac{1}{3}\right)^2$;
16) $0{,}5^x < 8^{x^2}$;
17) $\left(\dfrac{1}{\sqrt[7]{e^3}}\right)^{-x} < \exp e$;
18) $\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{2^x}}\right) < 0{,}1$;
19) $\sqrt[x]{5} \le 125$;
20) $0{,}25 < \sqrt[x]{2}^{\frac{2}{x}}$;
21) $\dfrac{1}{81} > \sqrt[\frac{x}{6}]{\dfrac{1}{3}}$;
22) $0{,}04 < \sqrt[x]{5}^{\frac{5}{x}}$;
23) $2^{\frac{2x-1}{x}} < 4$;
24) $\left(\dfrac{1}{16}\right)^{-2x} < 4^3$;
25) $6^x > 13$;
26) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x > \dfrac{1}{4}$;
27) $e^x \le \pi$;
28) $(0{,}8)^{\frac{x^2-3x}{x}} - 0{,}64 > 0$;
29) $2 \cdot 8^{4-5x} < \left(\dfrac{1}{16}\right)^{x+2}$;
30) $3^{x+2} + 3^{x-1} \le 28$;
31) $5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5 < 0$;
32) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x} - 3 > 0$.

1.8. Решите неравенство графически:

1) $3^x > 3$;
2) $2^x \ge 3 - x$;
3) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x < x^2 + 1$.

1.9. Решите неравенство:

1) $\log_{\frac{1}{2}} x > 6$;
2) $\log_3 x \ge 2$;
3) $\log_2 x \le 3$;
4) $\log_{0{,}25} x < -2$;
5) $\lg x \ge 0{,}5$;
6) $\ln x < 3$;
7) $\log_5 (x+3) \le 2$;
8) $\log_{0{,}16} (2-x) \le -0{,}5$;
9) $\log_4 (x-11)^2 > 7$;
10) $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} (x+1) < -4$;
11) $\log_{\sqrt{2}} \dfrac{1}{x} \ge 3$;
12) $\log_\pi \dfrac{2}{x-3} < 1$;

13) $\lg\dfrac{x+2}{x-3}\le 1;$ 14) $\ln(x^2+5x+7)<0;$

15) $\lg(2x-3)>\lg(x+1);$ 16) $\log_5(75-3x)<\log_5(x+3);$

17) $\log_{\sqrt{7}}|x+2|<6;$ 18) $\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}}|x-3|\ge -2;$

19) $\log_{0,001}|x^2+1|\le -\dfrac{1}{3};$ 20) $\log_2\left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|>-1;$

21) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2+2x-8)\ge -4;$ 22) $\ln|x+2|>\ln(x+2);$

23) $\log_{\frac{1}{3}}(-x^2+3x+13)>-2;$ 24) $\ln\left(x^2-80\exp 2\right)\ge 2;$

25) $\log_{0,25}\dfrac{x^2+1}{x-3}>-0,5;$ 26) $\log_{81}|x-1|\ge\dfrac{1}{4};$

27) $\log_3^2 x-9\le 0;$ 28) $\log_{0,1}^2 x-100>0;$

29) $\log_{0,5}^2(x+1)-25<0;$ 30) $\log_2^2(x-3)-81\ge 0;$

31) $\log_2^2 x-\log_2 x\le 6;$ 32) $2\log_{0,5}^2 x-5\log_{0,5} x-3>0;$

33) $\log_x 5<1;$ 34) $\log_x 36\ge 2;$

35) $\log_x(x-1)>2;$ 36) $\log_{3x-2} x\le 1;$

37) $\lg|x|>\lg|x+3|;$ 38) $\log_{0,3}(2x-4)\ge\log_{0,3}(x+1);$

39) $\log_{0,1}(5x+2)\le\log_{0,1}(7x+3);$

40) $\log_{\frac{2}{3}}\left(x^2+2x+1\right)\ge\log_{\frac{2}{3}}\left(4x^2+7x+3\right);$

41) $\log_7 x+\log_7(x+2)<\log_7(x+6);$

42) $\log_{0,3}(x+27)-\log_{0,3}(16-2x)\ge\log_{0,3} x;$

43) $\log_9(x^2+14x+49)\le 2\log_3(x+1);$

44) $\log_{0,49}(x^2+12x+36)\le\log_{0,7}|x-3|.$

II уровень

2.1. Решите уравнение:

1) $3^{x-2}=5^{x^2-5x+6};$ 2) $9^x-4\cdot 3^x+3=0;$

3) $2^{3x}+8\cdot 2^x-6\cdot 2^{2x}=0;$ 4) $15\cdot 2^{x+1}+15\cdot 2^{-x+2}=135;$

5) $4\cdot 9^x+12^x-3\cdot 16^x=0;$ 6) $9^x+6^x=2\cdot 4^x;$

7) $10^{\frac{2}{x}}+25^{\frac{1}{x}}=4,25\cdot 50^{\frac{1}{x}};$ 8) $4^{x+2\sqrt{x^2-3}}-5\cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-3}}=6;$

9) $4^{\lg x+1}-6^{\lg x}-2\cdot 3^{2\lg x+2}=0;$ 10) $18^{2x}\cdot 2^{-2x}\cdot 3^{x+1}=3^{x-1};$

11) $8^x-4^x=2^x;$ 12) $\sqrt{\dfrac{3}{5}}\cdot\left(\dfrac{3}{5}\right)^{x-1}=\dfrac{\sqrt[4]{5^{3x-1}}}{\sqrt{3}};$

13) $9^{\sqrt{x^2+4x+4}}=\sqrt{3};$ 14) $8^x+18^x=2\cdot 27^x;$

15) $5^x=3;$ 16) $2^{x-3}=3^{3-x}.$

2.2. Найдите значение выражения $\left(2+\sqrt{3}\right)^x-\left(2-\sqrt{3}\right)^x$, если $\left(7+4\sqrt{3}\right)^x+\left(7+4\sqrt{3}\right)^{-x}=18.$

2.3. Решите уравнение:

1) $(x+5)^{x^2-x-1}=(x+5)^{2x+3};$ 2) $(7-x)^{x^2-7x+10}=(7-x)^{4x-14};$

3) $|x|^{x^2-x-2}=1;$ 4) $|5x-30|^{x^2}=|30-5x|^{15-14x};$

5) $|3x-15|^{54-3x} = |15-3x|^{x^2}$.

2.4. Решите уравнение:

1) $x^x = x$; 2) $x^{\lg x} = 1$; 3) $x^{3\lg x} = 10x^2$;

4) $x^{\sqrt{x}} = \left(\sqrt{x}\right)^x$; 5) $\sqrt{x^{\lg\sqrt{x}}} = 10$; 6) $x^{\lg^3 x - 5\lg x} = 0,0001$.

2.5. Решите уравнение:

1) $\log_{\log_5 x} 4 = 2$;

2) $\log_{x^2+x+2}(\log_{x^2-4} 3x) = 0$;

3) $\log_{x^2+6x+8} \log_{2x^2+2x+3}(x^2-2x) = 0$;

4) $\frac{1}{2}\log_5(x+5) + \log_5\sqrt{x-3} = \frac{1}{2}\log_5(2x+1)$;

5) $\lg 5 + \lg(x+10) = 1 - \lg(2x-1) + \lg(21x-20)$;

6) $\log_{\frac{1}{5}} \frac{2+x}{10} - \log_{\frac{1}{5}} \frac{2}{x+1} = 0$;

7) $\log_{\frac{5+x}{3}} 3 = \log_{\frac{1}{x+1}} 3$;

8) $\log_x^3 10 - \log_x^2 10 - 6\log_x 10 = 0$;

9) $\log_3 \log_8 \log_2(x-1) = \log_3 2 - 1$;

10) $\log_{x^3+x}(x^2-4) = \log_{4x^2-6}(x^2-4)$;

11) $\lg\frac{1}{x}\lg\frac{x}{10} = \log_{\sqrt{2}}\frac{1}{8}$;

12) $\frac{1}{\sqrt{2x-2}} = (2x-2)^{\log_{\frac{1}{36}}\left(12-x-x^2\right)}$;

13) $\log_{\frac{1}{2}}^2(4x) + \log_2\left(\frac{x^2}{8}\right) - 8 = 0$;

14) $\log_4(\log_2 x) + \log_2(\log_4 x) = \frac{1}{2}$;

15) $\log_4 \log_2 \frac{x}{2} - \log_4 \log_4 x = 0$;

16) $\log_{5x}\frac{5}{x} + \log_5^2 x = 1$;

17) $\log_x(125\cdot x)\cdot\log_{25}^2 x = 1$;

18) $\lg^4(x-1)^2 + \lg^2(x-1)^3 = 25$;

19) $\log_x\left(5\sqrt{5}\right) - 1,25 = \log_x^2\sqrt{5}$;

20) $\lg^2 x^2 = \lg|x| = 2$;

21) $\log_{x^2} 16 + \log_{2x} 64 = 3$.

2.6. Решите неравенство:

1) $4^x - 6\cdot 2^x + 8 < 0$; 2) $2^x + 2^{2x+} - 3\cdot 2^{2x+1} > -3$;

3) $\frac{1}{3^x+5} \le \frac{1}{3^{x+1}-1}$; 4) $36^x - 2\cdot 18^x + 8\cdot 9^x > 0$;

5) $2^{x^2}\cdot 5^{x^2} \le 10^{-3}\left(10^{3-x}\right)^2$; 6) $2^{2x+2} + 6^x - 2\cdot 3^{2x+2} > 0$;

7) $3^{x^2+2} - 5^{x^2-1} > 5^{x^2+1} + 3^{x^2-1}$; 8) $\left(\sqrt{2}\right)^{3x} + \left(2\sqrt{2}\right)^x \ge 2\cdot 4^x$;

9) $6^x - 2^x \le 32;$

10) $\frac{1}{5}\cdot 5^{2x}\cdot 7^{3x+2} \le \frac{25}{7}\cdot 7^{2x}\cdot 5^{3x};$

11) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_9\left(\frac{1}{x^2}+6+9x^2\right)} \ge \frac{1}{x};$

12) $\frac{125^x - 5^{2x+1} + 2\cdot 5^x}{\sqrt{1-x^2}} \ge 0;$

13) $3\left(\sqrt[x]{3}\right)^2 - 2\sqrt[x]{3} - 1 \ge 0;$

14) $5\sqrt[x]{0{,}16} + 3\sqrt[x]{0{,}4} - 2 \le 0.$

2.7. Решите неравенство:

1) $\left|4 - \log_2 x\right| > 2;$

2) $\frac{\log_2(4x-5)}{\log_2 \log_5 \frac{13}{4}} > 0;$

3) $x\lg x - \frac{2}{\log_x 10} < 0;$

4) $\log_{\left(x^2+1\right)} x^2 \le 0;$

5) $\log_{1+x}\left(5 - |x|\right) \le 0;$

6) $\log_{0,5}\left(\log_6 \frac{x^2+x}{x+4}\right) < 0;$

7) $\frac{\lg^2 x - 3\lg x + 3}{\lg x - 1} > 1;$

8) $\log_{\frac{1}{3}} \log_2 \frac{3x+6}{x^2+2} > 0;$

9) $\log_3 \log_2 \log_4 x < 0;$

10) $\frac{\log_2 x}{\log_2 x - 2} < \frac{2}{\log_2 x + 6};$

11) $\log_2 x \le \frac{2}{\log_2 x - 1};$

12) $\frac{3x^2 - 2x - 1}{\log_3(x-1)} \le 0;$

13) $\frac{\left(\log_{x-1}(5-x)\right)^2}{x^2 - 8x + 15} \ge 0;$

14) $\log_3 x \log_5 \frac{x}{5} - \log_5 \frac{25}{x^3} \le \log_3 x^2 - 2;$

15) $\log_3 x \log_4 x < \log_3 x^3 + \log_4 x^4 - 12;$

16) $\log_4^2\left(6x - x^2 + 4\right) + 3\log_{0,25}\left(6x - x^2 + 4\right) < -2;$

17) $\log_{\frac{1}{3}}(x+27) + \log_3(16-2x) > \log_{\frac{1}{3}} x;$

18) $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2 - 6x + 18\right) - 2\log_{\frac{1}{3}}(x-4) < 0;$

19) $\log_3\left((x+2)\cdot(x+4)\right) + \log_{\frac{1}{3}}(x+2) < \frac{1}{2}\log_{\sqrt{3}} 7.$

III уровень

3.1. Решите уравнение:

1) $\left(\sqrt{2}+1\right)^{\frac{6x-6}{x+1}} = \left(\sqrt{2}-1\right)^{-x};$

2) $\left(\sqrt{9-4\sqrt{5}}\right)^x + \left(\sqrt{9+4\sqrt{5}}\right)^x = 18;$

3) $\left(\sqrt{5-2\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{5+2\sqrt{3}}\right)^x = \left(\sqrt{10}\right)^x;$

4) $\sqrt{2^x \cdot \sqrt[3]{4^x \cdot (0{,}125)^{\frac{1}{x}}}} = 4\sqrt[3]{2};$

5) $3\cdot\sqrt{4^x + 4 - 2^{x+2}} = 3\cdot 2^{x+1} - 2^{2x} - 2;$

6) $\sqrt[x]{27^{2x-1}} = \sqrt{9^{2x-1}};$

7) $\left(\sqrt{26}+5\right)^{x+4} = \left(\sqrt{26}+5\right)^{\frac{x+4}{x-6}};$

8) $6\sqrt[x]{9} - 13\sqrt[x]{6} + 6\sqrt[x]{4} = 0;$

9) $\sqrt[x]{5^{5\sqrt{x}}}=5^{\sqrt{x}-4}$;

10) $3^{2x^2+6x-9}+4\cdot 15^{x^2+3x-5}=3\cdot 5^{2x^2+6x-9}$;

11) $\left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x+1}+\left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x-1}=\dfrac{101}{10\left(2-\sqrt{3}\right)}$;

12) $\sqrt{9^x-5\cdot 3^x+4}+\sqrt{9^x-7\cdot 3^x+6}+\sqrt{3^{21x}+5\cdot 3^x-6}=0$;

13) $\left(\sqrt{\sqrt{x^2-8x+9}+\sqrt{x^2-8x+7}}\right)^x+$

$+\left(\sqrt{\sqrt{x^2-8x+9}-\sqrt{x^2-8x+7}}\right)^x=2^{1+\frac{x}{4}}$;

14) $27\cdot 2^{-3x}+9\cdot 2^x-2^{3x}-27\cdot 2^{-x}=8$;

15) $\left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^{\sin x}+\left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^{\sin x}=\dfrac{10}{3}$;

16) $26^x-\left(6+\sqrt{10}\right)\cdot\left(6-\sqrt{10}\right)^x-\left(6-\sqrt{10}\right)\cdot\left(6+\sqrt{10}\right)^x+26=0$.

3.2. Найдите сумму корней уравнения:

1) $\left(|x|-1\right)\log_{|x|}\left(x^2+12\right)=4$; 2) $3^{2x^2-6x+3}+6^{x^2-3x+1}=2^{2x^2-6x+3}$.

3.3. Решите уравнение:

1) $\log_2\left(9-2^x\right)=10^{\lg(x-3)}$;

2) $\log_x\log_9\left(3^x-9\right)=1$;

3) $\log_{0,5}\left(2+\log_5\left(3^x-2\right)\right)=-2$;

4) $\log_3\left(\log^2_{\frac{1}{2}}x-3\log_{0,5}x+5\right)=2$;

5) $\log_3\left(3^x-1\right)\log_{\frac{1}{3}}\left(3^{x+2}-9\right)=-3$;

6) $\log_3\left(2^x-1\right)+\log_3\left(2^x-3\right)=1$;

7) $\log^2_3\left(4^x-3\right)+\log_3\left(4^x-3\right)-2=0$;

8) $x\log_2 x^2+1=2x+\log_2 x$.

3.4. Решите уравнение:

1) $\log_{1+x^2}\left(\sqrt[4]{x}+x^2+2x+1\right)=\log_{1+x^2}\left(\sqrt[4]{x}-x^3+4x+1\right)$;

2) $\log_{\left(x^2-6\right)}(x^2-11x+19)=\log_{\left(x^2-11\right)}\left(x^2-11x+19\right)$;

3) $\log_{3x+7}(9+12x+4x^2)+\log_{2x+3}\left(6x^2+23x+21\right)=4$;

4) $\log_{\frac{2}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}}\left(x^2+4x-2\right)=\log_{\frac{1}{2-\sqrt{3}}}\left(x^2+4x-3\right)$;

5) $\log_{2\sqrt{3+\sqrt{5}}}\left(x^2-6x+4\right)-\log_{2+\sqrt{5}}\left(x^2-6x+1\right)=0$;

6) $x\log_2\left(x^2\right)+1=2x+2\log_4 x$;

7) $\sqrt{4+2\log_2\left(1-\dfrac{8x}{(2x+1)^2}\right)}=\log_2\dfrac{2x+1}{2x-1}+2\log_2\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$;

8) $\left|\log_2(4x+9)\right|=\log_2\left(1+|x+2|\right)+\log_2\left(1-|x+2|\right)$;

9) $\log_{\left(\frac{x+1}{x-2}\right)^2}\frac{5x+1}{x-2}+\log_{\frac{5x+1}{x-2}}\left|\frac{x+1}{x-2}\right|=\frac{3}{2}.$

3.5. Решите неравенство:

1) $5^{\log_5(x-7)}<4;$ 2) $25^{\log_{0,1}\log_5\left(-\frac{1}{x}\right)}<1;$

3) $5^{\lg\left(\frac{1}{x}\right)}>0,2^{2\lg 2};$ 4) $0,3^{\frac{6\log_2 x-3}{\log_2 x}}\le\sqrt[3]{0,027^{2\log_2 x-1}};$

5) $0,2^{\log_2^2(-x)+3}\le 5^{2\log_2 x^2};$ 6) $x^{\sqrt{\log_2\sqrt{x}}}>2;$

7) $x^{\lg x}\le 100x;$ 8) $x^{\lg^2 x-3\lg x+1}>1000;$

9) $\left(\frac{x}{3}\right)^{\log_3 x-2}>9;$ 10) $x^{\log_{0,5}^2 x}+x^{\log_{0,5} x}\le 2,5;$

11) $(x-3)^{x^2-5x+6}\ge 1;$ 12) $x^{0,5\log_{0,2} x-3}\le 0,2^{3-2,5\log_{0,2} x}.$

3.6. Решите неравенство:

1) $\left(\sqrt{14-6\sqrt{5}}\right)^{x-\sqrt{x}}>\left(3-\sqrt{5}\right)^{x+\sqrt{x}};$ 2) $\sqrt{2}^{||x+3|+1|}<64;$

3) $\sqrt{2^{x^2+2x-10}}\ge\left(\sqrt{33+\sqrt{128}}-1\right)^x;$ 4) $\frac{1}{7^{\frac{1}{x}+2}}<4;$

5) $3^{-|x-5|}\cdot\log_2\left(10x-x^2-23\right)\ge 1;$ 6) $\frac{1}{5^{\frac{1}{x}+3}}\le 2.$

3.7. Решите неравенство:

1) $\log_{\sqrt{6}-\sqrt{2}}\left(x^2+4x+11+4\sqrt{3}\right)<2;$ 2) $\log_{8x-12x^2}8^{-x}>0;$

3) $\log_{0,5}\left(\log_2^2 x-3\log_2 x+4\right)>-1;$ 4) $\frac{\sqrt{2-x^2+2x}+x-2}{\log_3\left(\frac{5}{2}-x\right)+\log_3 2}\le 0;$

5) $\log_2\left(3^x-1\right)+\log_2\left(3^x-2\right)>1;$ 6) $\left(4^{-x}+3\cdot 2^x\right)^{\log_7 x+\log_x 7-2}\le 1;$

7) $\log_{\frac{x}{3}}27\ge\left(1+\frac{2}{1-\log_3 x}\right)\log_{\frac{x}{27}}9;$ 8) $\log_2 x^x-3\log_2\frac{x}{2}\ge x;$

9) $\log_2\left(2^x-1\right)\log_{0,5}\left(2^{x+1}-2\right)>2;$ 10) $\log_x\log_3\left(9^x-6\right)\ge 1.$

1. Критерии оценивания компетенций

Оценка «отлично» ставится, если студент выполнил решение задачи в полном объеме с соблюдением необходимой последовательности действий; в ответе правильно и аккуратно выполняет все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, вычисления; правильно выполняет анализ ошибок.

Оценка «хорошо» ставится, если студент выполнил требования к оценке "5", но допущены 2-3 недочета.

Оценка «удовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью, но объем выполненной части таков, что позволяет получить правильные результаты и выводы; в ходе проведения работы были допущены ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если студент выполнил работу не полностью или объем выполненной части работы не позволяет сделать правильных выводов;

2. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний,

умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Предлагаемые студенту задания позволяют проверить компетенции ОПК-1.

Сущность внутренней дифференциации состоит в обеспечении разноуровневости, предполагающая такую организацию обучения, при которой студенты, обучаясь по одной программе, имеют право и возможность усваивать ее на различных планируемых уровнях, но не ниже уровня обязательных требований. Каждой группе предлагать задания, ориентированные на предел возможностей самых сильных его представителей.

Оценочный лист

Оцениваемый критерий	**Оценка**				
	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4	Задание …
Обоснованность выбора способа решения					
Правильность, корректность и логичность вычислений и преобразований					
Верный ответ					

Составитель _________________________Янукян Э.Г.