

И. Г. Афанасьева [I. G. Afanasyeva]

УДК 556.3,575.3

**ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ СНИЖЕНИЯ ПОРЯДКА
ИНЕРЦИОННОСТИ СИСТЕМ СОГЛАСНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ
КОРРЕКЦИЕЙ**

**THE EFFECTIVENESS OF REDUCING THE ORDER INERTIA
SYSTEMS BY THE PARALLEL FEED- FORWARD CORRECTION**

Рассмотрена возможность снижения порядка инерционности систем автоматического регулирования по сравнению с инерционностью их неизменяемой части путём использования параллельного корректирующего устройства. Проанализирована эффективность данного типа коррекции на такие показатели качества регулирования, как устойчивость, длительность переходных процессов и статическая точность.

Considered the possibility of reducing the order of the inertia of automatic control systems in comparison with the inertia of their unchangeable part through the use of parallel corrective devices. Analyzed the effectiveness of this type of correction on such indicators of the quality of management as stability, transient and static accuracy.

Ключевые слова: система автоматического регулирования, управляющее воздействие, корректирующее устройство, коэффициент усиления, переходной процесс, объект регулирования, передаточная функция, статическая точность системы, усилительное звено, кривые переходных процессов, согласно-параллельная коррекция объектов.

Key words: automatic control system, control action, corrective device, gain transition process, object of regulation, transfer function, static system accuracy, amplifying element, curves of the transient processes, parallel feed- forward correction of objects.

Для повышения показателей качества регулирования применяют последовательные и параллельные корректирующие устройства, под которыми обычно понимают внутренние обратные связи [9]. В последнее время появились также исследования в области применения корректирующих устройств, включаемых параллельно неизменяемой части системы [1–8, 10, 12]. В частности, предложен способ коррекции, в котором вид передаточной функции корректирующего устройства определяется на основе разложения передаточной функции неизменяемой части системы на простые дроби [1].

Постановка задачи. В данной работе сделана попытка обосновать преимущества применения предложенного способа коррекции систем автоматического регулирования: обеспечение абсолютной устойчивости системы и апериодического переходного процесса, уменьшение влияния на длительность переходных процессов, обеспечение достаточно высокой статической точности и повышение быстродействия.

Метод решения задачи исследования. Способ используется для объектов с передаточной функцией вида:

$$W_o(s) = \frac{k_o}{\prod_{i=1}^n (T_i s + 1)} \tag{1}$$

Под объектом понимается неизменяемая часть САР. Для выбора типа корректирующего устройства и расчёта его параметров функция (1) разлагается на сумму простых дробей:

$$W_o(s) = \sum_{i=1}^n \frac{K_i}{T_i s + 1}, \text{ где } K_i = \frac{k_o T_i^{n-1}}{\prod_{k=1, k \neq i}^n (T_i - T_k)} \tag{2}$$

Корректирующее устройство принимается с передаточной функцией вида:

$$W_k(s) = - \sum_{i=2}^n \frac{K_i}{T_i s + 1}, \tag{3}$$

причём, в качестве T_1 может быть принята любая из постоянных времени. В соответствии со структурной схемой, изображённой на рис. 1, передаточная функция скорректированного объекта по управляющему воздействию будет

$$W_o(s) + W_k(s) = \frac{\dot{F}(s)}{U(s)} = \frac{K_1}{T_1 s + 1}.$$

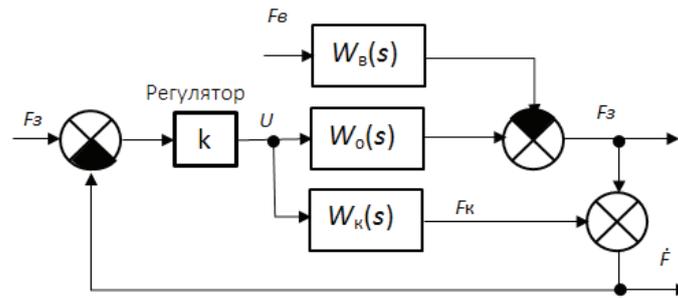


Рис. 1. Структурная схема САР

Поскольку передаточная функция скорректированного объекта имеет первый порядок, а в качестве регулятора принят пропорциональный, то система будет устойчива при любом коэффициенте усиления, а закон изменения выходного параметра скорректированного объекта \dot{F} будет апериодическим. Для анализа статической точности и быстродействия системы найдём её операторное уравнение. Для изображённой структурной схемы справедлива система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} F(s) &= W_o(s) * U(s) - W_B(s) * F_B(s) \\ U(s) &= k * (F_3(s) - \dot{F}(s)) \\ \dot{F}(s) &= F(s) + W_K(s) * U(s) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Функцией выхода системы будем считать сигнал на выходе скорректированного объекта \dot{F} . Исключая в (4) изображения промежуточных переменных $U(s)$ и $F(s)$, получим операторное уравнение замкнутой САР:

$$\dot{F}(s)[1 + k(W_o(s) + W_K(s))] = F_3(s)k(W_o(s) + W_K(s)) - F_B(s)W_B(s). \quad (5)$$

Заменив в последнем уравнении передаточные функции передаточными коэффициентами, получим уравнение статики:

$$\dot{F}[1 + k(k_o + k_K)] = F_3k(k_o + k_K) - F_Bk_B. \quad (6)$$

Статическая ошибка:

$$\Delta \dot{F} = - \frac{k_B F_B}{1 + k(k_o + k_K)}. \quad (7)$$

Как отмечено выше, в данной системе передаточный коэффициент k теоретически можно иметь сколь угодно большим, поэтому статическую ошибку $\Delta \dot{F}$ можно неограниченно уменьшать.

Для нахождения функции переходного процесса $\dot{F}(t)$ при скачкообразном задающем воздействии из (5) найдём её изображение:

$$\dot{F}(s) = \frac{k(W_o(s) + W_K(s))}{1 + k(W_o(s) + W_K(s))} F_3(s). \quad (8)$$

Пример 1. Пусть $W_o(s) = \frac{1}{(10s + 1)(5s + 1)(s + 1)}$. Найдём коэффициенты слагаемых:

$$K_1 = 10^2 / ((10-5)(10-1)) = 20/9; K_2 = 5^2 / ((5-10)(5-1)) = -5/4; K_3 = 1 / ((1-10)(1-5)) = 1/36.$$

Таким образом, передаточная функция нескорректированного объекта регулирования может быть представлена в виде:

$$W_o(s) = \frac{1}{50s^3 + 65s^2 + 16s + 1} = \frac{20}{9(10s + 1)} - \frac{5}{4(5s + 1)} + \frac{1}{36(s + 1)}.$$

В соответствии с (3) принимаем передаточную функцию корректирующего звена:

$$W_K(s) = \frac{5}{4(5s + 1)} - \frac{1}{36(s + 1)},$$

тогда передаточная функция скорректированного объекта регулирования

$$W_o(s) + W_K(s) = \frac{20}{9(10s + 1)}.$$

Подставив это значение в (8) и приняв $k=45$ при единичном задающем воздействии получим:

$$\dot{F}(s) = \frac{100}{10s + 101} = \frac{N(s)}{M(s)}.$$

Для нахождения функции времени $\dot{F}(t)$ используем формулу разложения [11]:

$$\dot{F}(t) = \frac{N(0)}{M(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{N(s_i)}{s_i M'(s_i)} \exp(s_i t). \quad (9)$$

В данном случае единственный корень $M(s)$ $s_1 = -10.1$, $M'(s) = 10$ и

$$\dot{F}(t) = \frac{100}{101} - \frac{100}{101} \exp(-10.1t),$$

т.е. переходный процесс представляет собой экспоненту первого порядка с постоянной времени менее 0,1 с.

Статическая ошибка в данном примере:

$$\Delta \dot{F} = - \frac{k_B F_B}{1 + 45 \left(1 + \frac{5}{4} - \frac{1}{36}\right)} = - \frac{k_B F_B}{101}.$$

Как видим, по отношению к выходному сигналу скорректированного объекта \dot{F} система регулирования обладает высокими быстродействием и статической точностью. Но не следует забывать, что сигнал \dot{F} представляет сумму сигналов регулируемой величины (которая в конечном счёте как раз и представляет практический интерес) и выхода корректирующего устройства. Поэтому выполним анализ быстродействия и статической точности системы по отношению к сигналу F . Приняв этот сигнал в качестве функции выхода и используя уравнения (4), получим следующее операторное уравнение замкнутой САР:

$$F(s)[1 + k(W_o(s) + W_K(s))] = kW_o(s)F_a(s) - W_B(s)[1 + kW_K(s)]F_B(s). \quad (10)$$

Заменив передаточные функции передаточными коэффициентами, получим уравнение статики:

$$F[1 + k(k_o + k_K)] = kk_o F_a - k_B(1 + kk_K)F_B,$$

статическая ошибка:

$$\Delta F = - \frac{k_B(1 + kk_K)}{1 + k(k_o + k_K)} F_B. \quad (11)$$

Функцию выхода $F(t)$ при скачкообразном единичном задающем воздействии будем искать по её изображению:

$$F(s) = \frac{kW_o(s)}{1 + k(W_o(s) + W_K(s))} F_a(s). \quad (12)$$

Пример 2. Рассмотрим пример с теми же объектом регулирования и корректирующим устройством. Изображение функции выхода:

$$F(s) = \frac{45 / (10s + 1)(5s + 1)(s + 1)}{1 + (45 * 20) / (9 * (10s + 1))} = \frac{45}{(10s + 101)(5s + 1)(s + 1)} = \frac{N(s)}{M(s)}$$

Корни $M(s)$: $s_1 = -10.1$; $s_2 = -0.2$; $s_3 = -1$; $M'(s) = 101(1.485s^2 + 11.188s + 6.099)$.

Используя (19), находим:

$$F(t) = \frac{45}{101} [1 + 0.277 \exp(-t) - 1.275 \exp(-0.2t) + 0.002 \exp(-10.1t)]$$

Таким образом, регулируемая величина изменяется по экспоненте третьего порядка с постоянными времени 5, 1 и 0,099 сек.

Используя (11), найдём статическую ошибку:

$$\Delta F = - \frac{k_B F_B \left[1 + 45 \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{36}\right)\right]}{1 + 45 \left[1 + \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{36}\right)\right]} = - \frac{56}{101} k_B F_B,$$

т.е. статическая ошибка $\Delta F = 56 \Delta \dot{F}$.

На рис. 2 представлены графики изменения сигналов F и \dot{F} , полученные математическим моделированием. После завершения переходного процесса при подаче задающего воздействия подано возмущающее воздействие, отклонившее регулируемую величину на 20 %.

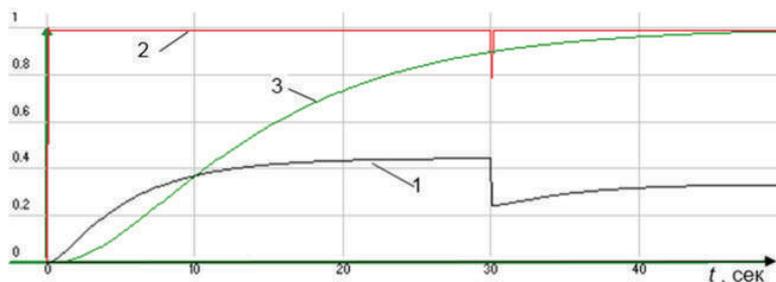


Рис. 2. Кривые переходного процесса. 1 – сигнал регулируемой величины F , 2 – сигнал скорректированного объекта регулирования \dot{F} , 3 – кривая разгона объекта

На этом же рисунке изображена кривая разгона объекта регулирования. При использовании САР сигнал на выходе объекта регулирования принимает установившееся значение значительно быстрее, чем при

отсутствии регулирования, т.к. наибольшая постоянная времени объекта, равная 10 сек, в результате использования САР заменена на постоянную времени 0.099 сек. Сигнал \dot{F} принимает установившееся значение по экспоненте с постоянной времени менее 0,1 с, т. е. практически мгновенно.

Наиболее благоприятный случай для динамики изменения регулируемой величины F , когда одна из постоянных времени значительно превышает остальные. Например, если $T_1=10$ с, $T_2=0.2$ с и $T_3=0.1$ с, то, в соответствии с (3):

$$K_1=1.0307, K_2=-0.0408, K_3=0.0101, \\ k_k=-(K_2+K_3)=0.0307, k_0+k_k=K_1=1.0307,$$

при коэффициенте усиления регулятора $k=45$, в соответствии с (11)

$$\Delta F = \frac{1 + 45 * 0.0307}{1 + 45 * 1.0307} k_B F_B \approx 0,0513 k_B F_B,$$

т.е. составит немногим более 5 %, наибольшая постоянная времени $T_1=10$ с уменьшится в $(1+kK_1)$ раз, и будет равна $\approx 0,215$ с. Соответствующие кривые переходного процесса представлены на рис. 3.

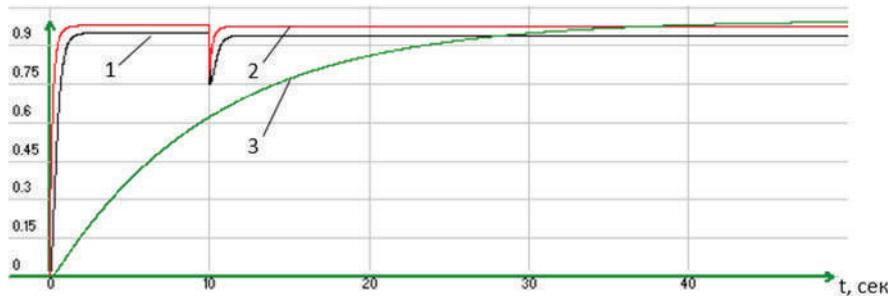


Рис. 3. Кривые переходного процесса. 1 – сигнал регулируемой величины F , 2 – выходной сигнал скорректированного объекта \dot{F} , 3 – кривая разгона объекта

Выводы. Из проведенного анализа следует, что применение рассмотренного способа коррекции обладает следующими особенностями:

- обеспечивает абсолютную устойчивость системы и апериодический переходный процесс;
- позволяет в значительной степени устранить влияние на длительность переходных процессов наибольшей постоянной времени;
- обеспечивает достаточно высокую статическую точность и существенное повышение быстродействия, если одна из постоянных времени объекта регулирования значительно превосходит остальные;
- применение данной коррекции нельзя рекомендовать при значительных возмущающих воздействиях, т.к. она (за исключением отмеченного в предшествующем пункте случая) обеспечивает малую статическую точность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Филимонов А. Б., Филимонов Н. Б. О проблеме согласно-параллельной коррекции систем регулирования // Мехатроника, автоматизация, управление, том 16. №8. М., 2015. С. 507-514.
2. Афанасьев Г. Д., Щербинин А. Я. Выбор корректирующего устройства, обеспечивающий заданные значения ускорения и рывка в приводе шахтной подъемной машине по системе СПЧ-АД. // Горный журнал, Изв. ВУЗ. №3. г. Орджоникидзе, 1972. С. 86-91.
3. Афанасьев Г. Д. Один из способов построения астатической САР //СКФУ. Материалы Всероссийской научной конференции «Вузовская наука Северо-Кавказскому федеральному округу», Т.2. часть I. Пятигорск. 2013. С.18-24.
4. Афанасьева И. Г. Расчёт параметров САР с параллельным корректирующим устройством и объектом регулирования с запаздыванием. //СКФУ. Сборник научных трудов «Технология развития курортно-рекреационного комплекса СКФО». Том I. Пятигорск, 2014.
5. Афанасьев Г. Д., Афанасьева И. Г. Расчёт систем автоматического регулирования с параллельным корректирующим устройством //Международная научная конференция «Системный анализ и прикладная синергетика». том III. Изд. СКФУ. Пятигорск, 2013. С.18-23.
6. Афанасьев Г. Д., Афанасьева И. Г. Амплитудно-фазовые характеристики систем автоматического регулирования с параллельным корректирующим устройством // Сборник научных трудов 2-й ежегодной научно-практической конференции преподавателей, студентов и молодых учёных СКФУ «Университетская наука – региону». том I. Пятигорск, 2014. С. 94-101.
7. Афанасьева И. Г. Системы автоматического регулирования с параллельным корректирующим устройством. // Материалы Всероссийской научной конференции «Системный анализ и прикладная синергетика», Таганрог: Изд. ЮФУ, 2015. С. 196-204.
8. Афанасьева И. Г. Идентификация передаточных функций объектов с распределенными параметрами при расчете систем автоматического регулирования с параллельным корректирующим устройством // В мире научных открытий, № 12.3(72). Красноярск, 2015. С.753-766.
9. Бессекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1972. 767 с.

10. Deng M., Iwai Z., Mizumoto I. Robust Parallel Compensator Design for Output Feed-back Stabilization of Plants with Structured Uncertainty, *Systems and Control Letters*, 1999.36, pp. 193-198.
11. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. «Высшая школа». М., 1964. 750 с.
12. Афанасьева И. Г. Устойчивость распределённых систем автоматического регулирования с параллельным корректирующим устройством // В мире научных открытий. 2015. №6.1(66). С. 462-475.

REFERENCES

1. Filimonov A. B., Filimonov N. B. O probleme soglasno-parallel'noy korrektsii sistem regulirovaniya. // *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*, tom 16. №8. М., 2015. S.507-514.
2. Afanashev G. D., Shcherbinin A. Ya. Vybora korrektruyushchego ustroystva, obespechivayushchiy zadannye znacheniya uskoreniya i ryvka v privode shakhtnoy podzemnoy mashine po sisteme SPCh-AD // *Gornyy zhurnal, Izv. VUZ. №3. Ordzhonikidze*, 1972. S. 86-91.
3. Afanashev G. D. Odin iz sposobov postroeniya astaticheskoy SAR.//SKFU. Materialy Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii «Vuzovskaya nauka Severo-Kavkazskomu federal'nomu okrugu», T.2. chast' I. Pyatigorsk. 2013. S.18-24.
4. Afanasheva I. G. Raschet parametrov SAR s parallelnym korrektruyushchim ustroystvom i ob'ektom regulirovaniya s zapazdyvaniem // SKFU. Sbornik nauchnykh trudov «Tekhnologiya razvitiya kurortno-rekreatsionnogo kompleksa SKFO». Tom I. Pyatigorsk, 2014.
5. Afanashev G. D., Afanasheva I. G. Raschet sistem avtomaticheskogo regulirovaniya s parallelnym korrektruyushchim ustroystvom // *Mezhdunarodnaya nauchnaya konferentsiya «Sistemnyy analiz i prikladnaya sinergetika»*. tom III, Izd. SKFU. Pyatigorsk, 2013. S.18-23.
6. Afanashev G. D., Afanasheva I. G. Amplitudno-fazovye kharakteristiki sistem avtomaticheskogo regulirovaniya s parallelnym korrektruyushchim ustroystvom // *Sbornik nauchnykh trudov 2-y ezhegodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii prepodavateley, studentov i molodykh uchenykh SKFU «Universitetskaya nauka – regionu»*. tom I. Pyatigorsk, 2014. S.94-101.
7. Afanasheva I. G. Sistemy avtomaticheskogo regulirovaniya s parallelnym korrektruyushchim ustroystvom. // *Materialy Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii «Sistemnyy analiz i prikladnaya sinergetika»*. Taganrog: Izd. YuFU, 2015. S.196-204.
8. Afanasheva I. G. Identifikatsiya peredatochnykh funktsiy ob'ektov s raspredelennymi parametrami pri raschete sistem avtomaticheskogo regulirovaniya s parallelnym korrektruyushchim ustroystvom // *V mire nauchnykh otkrytiy. № 12.3(72)*. Krasnoyarsk, 2015. S.753-766.
9. Bessekierskiy V. A., Popov E. P. Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya. М.: Nauka, 1972. 767 s.
10. Deng M., Iwai Z., Mizumoto I. Robust Parallel Compensator Design for Output Feed-back Stabilization of Plants with Structured Uncertainty, *Systems and Control Letters*, 1999.36, pp. 193-198.
11. Bessonov L. A. Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki. «Vysshaya shkola». М., 1964. 750 s.
12. Afanasheva I. G. Ustoychivost' raspredelennykh sistem avtomaticheskogo regulirovaniya s parallelnym korrektruyushchim ustroystvom. // *V mire nauchnykh otkrytiy*. 2015. №6.1(66). S.462-475.

ОБ АВТОРЕ

Афанасьева Ирина Геннадьевна, аспирант Северо-Кавказского федерального университета, филиал в г. Пятигорске, тел.: 89054651356, E-mail: ira.afanaseva.70@mail.ru.

Afanasyeva Irina Gennadyevna, post-graduate student of the North Caucasus Federal University, branch in Pyatigorsk, phone: 89054651356, E-mail: ira.afanaseva.70@mail.ru.

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ СНИЖЕНИЯ ПОРЯДКА ИНЕРЦИОННОСТИ СИСТЕМ СОГЛАСНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ КОРРЕКЦИЕЙ

И. Г. Афанасьева

Рассмотрена возможность снижения порядка инерционности систем автоматического регулирования по сравнению с инерционностью их неизменяемой части путём использования согласно-параллельной коррекции. Метод изложен применительно к объектам, передаточные функции которых могут быть разложены на сумму простых дробно-рациональных функций. Проанализирована эффективность данного типа коррекции на такие показатели качества регулирования, как устойчивость, длительность переходных процессов и статическая точность.

Как и в опубликованных ранее работах, отмечено, что данный способ коррекции обеспечивает аperiodическую устойчивость при теоретически неограниченном увеличении коэффициента пропорционального регулятора, при этом длительность переходного процесса и статическая ошибка для суммарного сигнала регулируемой величины и выхода корректирующего устройства также могут теоретически неограниченно уменьшаться. Вместе с тем, показано, что эффективность данного способа коррекции в значительной степени зависит от соотношения постоянных времени неизменяемой части системы. Так, если одна из постоянных времени на 1-2 порядка выше остальных, то влияние этой постоянной времени на длительность изменения регулируемой величины может быть существенно устранено, при этом статическая ошибка может иметь допустимое значение. Если же постоянные времени имеют один порядок, то статическое отклонение

регулируемой величины от заданного значения многократно возрастает даже при больших коэффициентах усиления регулятора, а на время регулирования устраняется влияние только наибольшей постоянной времени, в то время как для указанного выше суммарного сигнала длительность переходного процесса в любом случае теоретически может быть неограниченно уменьшена.

**THE EFFECTIVENESS OF REDUCING THE ORDER INERTIA SYSTEMS
BY THE PARALLEL FEED- FORWARD CORRECTION**

I. G. Afanasyeva

The possibility of reducing the order of the automatic control systems' inertia as compared with their unchangeable part's inertia by the use the according - parallel correction. The method can be applied to objects, the transfer functions of which can be decomposed into a sum of simple rational functions. In this paper we analyzed the effectiveness of this type of correction to such regulatory quality indicators as the sustainability, transients' duration and static accuracy. As previously reported [1], it noted that this method provides correction aperiodic stability theoretically unlimited increase in the proportional control coefficient. The duration of the transition process and the static error for the total regulated quantity and output correcting device can also be reduced theoretically unlimited. However, it is shown that the effectiveness of the correction method is largely dependent on the ratio the time constants of the immutable system's part. Thus, if one of the time constants of 1-2 orders higher than the others, the influence of the time constant for the duration of the regulated quantity changes can be significantly eliminated, with the static error value may be allowable. If the time constants of the same order, the static control deviation from the set value increases many times even with large controller coefficient. During regulation eliminates the influence of only the highest time constant, while the total for the above duration of the transient signal in any case can be theoretically unlimited reduced.