

# КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

А. Н. Привалов [A. N. Privalov]  
Ю. И. Богатырева [Yu. I. Bogatyryova]

УДК 519.6

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗДЕЛИЙ АДДИТИВНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

## MODELING STRENGTH PROPERTIES OF PRODUCTS OF ADDITIVE TECHNOLOGIES USING PARALLEL COMPUTING

ФГБОУ ВО «Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого»,  
г. Тула, Россия, e-mail: bogatirevadj@yandex.ru

**Аннотация.** В современном мире растет значимость научных результатов, обеспечивающих создание принципиально новых технологий и продукции с новыми потребительскими свойствами. Эти результаты исследований становятся основой конкурентоспособности страны на мировых рынках, определяют возможности создания мощного экономического и военного потенциала государства. Это порождает проблему разработки математического, алгоритмического и программного аппарата моделирования характеристик изделий, изготовленных из таких материалов.

**Материалы, методы, результаты.** Приведены промежуточные результаты выбора направления исследований, проводимых в ТГПУ им. Л. Н. Толстого при разработке прототипа инженерного программного обеспечения на основе высокопроизводительных вычислений для оценки механических характеристик изделия изготовленного с использованием аддитивных технологий (методом селективного лазерного спекания) с учетом стратегии изготовления изделия.

**Заключение.** Сделан вывод, что для повышения эффективности расчётов необходимо распараллеливать вычислительный процесс. Представлено обоснование применения математического аппарата сетей Петри-Маркова и получены математические зависимости, позволяющие оценить временную вычислительную сложность алгоритмов для широкого класса параллельных вычислительных систем.

**Ключевые слова:** аддитивные технологии, сеть Петри, полумарковский процесс, сеть Петри-Маркова, алгоритм, параллельная вычислительная система.

**Abstract.** In the modern world, the importance of scientific results is growing, ensuring the creation of fundamentally new technologies and products with new consumer properties. These research results become the basis of the country's competitiveness in world markets, determine the possibilities of creating a powerful economic and military potential of the state. This raises the problem of developing a mathematical, algorithmic and software apparatus for modeling the characteristics of products made from such materials.

**Materials, methods, results.** The interim results of the choice of the direction of research conducted in the TSPU named after L.N. Tolstoy in the development of a prototype of engineering software based on high-performance computing to evaluate the mechanical characteristics of a product manufactured using additive technologies (using selective laser sintering), taking into account the product manufacturing strategy.

**Conclusion.** It was concluded that to increase the efficiency of calculations it is necessary to parallelize the computational process. The rationale for the application of the mathematical apparatus of the Petri-Markov networks is presented, and mathematical dependencies are obtained, allowing us to estimate the temporal computational complexity of algorithms for a wide class of parallel computing systems.

**Key words:** additive technologies, Petri net, semi-Markov process, Petri-Markov net, algorithm, parallel computing system.

**Введение.** В ТГПУ им. Л. Н. Толстого выполняется прикладная научно-исследовательская работа по теме «Разработка прототипа инженерного программного обеспечения (ИПО) на основе высокопроизводительных вычислений для оценки механических характеристик изделия изготовленного с использованием аддитивных технологий (методом селективного лазерного спекания) с учетом стратегии изготовления изделия», в рамках которой разрабатывается специальное программное обеспечение.

Актуальность темы определяется тем фактором, что в условиях перехода к цифровой экономике процессы анализа прочностных характеристик материалов возможно осуществлять на основе компьютерного моделирования.

Среди основных трендов развития индустриальных технологий настоящего периода развития общества на первом месте стоит запуск следующего инновационно-технологического цикла на основе революции в проектировании и организации производственных процессов и перехода к новым материалам. Особую роль в последнее время играют материалы, получаемые при использовании аддитивных технологий. Это новый класс материалов, изготавливаемых из смеси различных металлических порошков методами 3D лазерного спекания и (или) 3D печати. В настоящее время одна из аддитивных технологий - технология селективного лазерного спекания (СЛС) получила широкое распространение по всему миру благодаря способности производить функциональные детали сложной геометрической формы. Хотя изначально технология создавалась для быстрого прототипирования, в последнее время СЛС применяется для мелкосерийного производства готовых изделий.

В современном мире растет значимость научных результатов, обеспечивающих создание принципиально новых технологий и продукции с новыми потребительскими свойствами. Эти результаты исследований становятся основой конкурентоспособности страны на мировых рынках, определяют возможности создания мощного экономического и военного потенциала государства.

В свою очередь, это порождает проблему разработки математического, алгоритмического и программного аппарата моделирования характеристик изделий, изготовленных из таких материалов. Указанная проблема во всех индустриально развитых странах мира решается путем замены реального объекта его математической моделью, воспроизводящей основные функции оригинала и подобной ему в заданных релевантных аспектах. Одним из ключевых препятствий, сдерживающих массовое внедрение аддитивных технологий в машиностроительное производство, является отсутствие однозначного прогнозирования прочностных характеристик изготавливаемых металлических деталей на этапе их проектирования, что ограничивает сферу промышленного применения аддитивных технологий по сути лишь изготовлением макетов.

Предпосылки научной проблемы заключаются в том, что свойства материала изделия, изготовленного с помощью метода селективного лазерного спекания, могут существенно отличаться от исходных свойств этого материала. В наибольшей степени это относится к изделиям из металлов. При их изготовлении с помощью аддитивных технологий в качестве сырья используется металлический порошок, частицы которого спекаются в процессе изготовления.

Кроме того, при изготовлении таких изделий их части подвергаются локальным воздействиям высоких температур, что приводит к значительным температурным деформациям. В результате материал изделия может оказаться пористым, т.е. структурно-неоднородным, и при этом в нем возникают остаточные микронапряжения, которые могут быть конечными (не малыми). Как следствие, большие локальные температурные деформации могут привести к потере устойчивости изделия в процессе его изготовления. Поэтому прочностные свойства изделий, изготовленных с помощью метода селективного лазерного спекания, существенно зависят от особенностей технологии их изготовления. Оценка прочностных свойств таких изделий, в особенности металлических изделий, представляет собой нетривиальную научную задачу. При том, что существующие модели не в полной мере учитывают явления и процессы, происходящие в гетерогенных структурах изделий, и нуждаются в уточнении и совершенствовании.

**Материалы и методы.** В настоящее время не существует отечественных программных продуктов, позволяющих моделировать тепловое и напряженно-деформированное состояние изделия в процессе его создания методом селективного лазерного спекания с учетом стратегии изготовления изделия. Указанные обстоятельства определяют актуальность выполнения ПНИЭР.

Целью и научно-технической проблемой проекта является разработка научно-технических решений в области создания программного обеспечения для предсказательного многомасштабного физического моделирования теплового и напряженно-деформированного состояния изделия в процессе его создания методом селективного лазерного спекания с учетом стратегии изготовления изделия с использованием метода конечных элементов, метода спектральных элементов.

Объектом исследования являются материальные тела, создаваемые из материалов, получаемых с использованием аддитивных технологий (МИАТ) методом СЛС с различными механическими и физическими свойствами. Для таких тел существенным является то обстоятельство, что объемы различных веществ (компонентов,

фаз), составляющих тело обладают характерными размерами много меньшими характерных размеров всего тела и в тоже время они намного больше размеров молекул, так что каждое вещество в своем объеме можно считать сплошной средой. Таким образом, в единой композиции материалов, образующих тело налицо три характерных уровня: макро, микро и нано уровень. Поведение материала на макро и микроуровне изучает механика композиций – один из важнейших разделов механики деформируемых твердых тел (МДТТ), который в свою очередь является разделом механики сплошных сред (МСС).

Таким образом, исходя из сложившейся ситуации на рынке ИПО, характеризующейся преобладанием импортных программных продуктов, разработка отечественного инженерного программного обеспечения является весьма актуальной задачей, в том числе инженерного программного обеспечения для анализа прочности изделий, получаемых с использованием аддитивных технологий

Основной задачей программного обеспечения является расчёт прочностных характеристик изготавливаемых металлических деталей на этапе их проектирования. В основе расчёта применены современные математические методы расчета, использующие параллельные вычисления для существенного увеличения скорости и точности расчета, что будет являться уникальным конкурентным преимуществом по сравнению с конкурентными аналогами. Инструментом распараллеливания решения задач методом конечных элементов является технология MPI. В случае технологии MPI необходимо разрабатывать алгоритм распараллеливания вычислительных процессов для программирования метода конечных элементов таким образом, чтобы представить решение задачи в виде совместного действия нескольких независимых процессов с независимыми данными.

При организации вычислительного процесса в подобных структурах разработчики сталкиваются с проблемой неоптимального использования аппаратных средств параллельных структур, что связано с низким коэффициентом загрузки процессоров, конфликтами при доступе к совместно используемым ресурсам и т.п. [3]. Решение проблемы разрешения конфликтов и повышения коэффициента загрузки приводит к необходимости такой организации программной обработки данных, которая сокращала бы вычислительную сложность до некоторого минимального уровня. Интуитивно можно предположить, что время решения задачи в параллельной вычислительной системе может изменяться от величины, получающейся в случае, если все операторы алгоритма последовательно интерпретируются одним процессором (верхний предел), до величины, получающейся, если все компоненты начинают и заканчивают интерпретацию своих частей алгоритма одновременно, и при решении задачи исключены случаи их простоя (нижний предел). Необходимость оптимального разбиения алгоритма на параллельно выполняемые фрагменты делает актуальной задачу оценки вычислительной сложности фрагментов алгоритмов, реализуемых в компонентах вычислительных систем, а также вычислительной сложности алгоритма, реализуемого в параллельной вычислительной системе, в целом.

В [1] на основании исследования процесса выполнения команды процессором фон-Неймановской ЭВМ было показано, что для внешнего наблюдателя количество машинных тактов, затрачиваемое процессором на ее выполнение, является случайной величиной, распределение которой зависит как от особенностей аппаратных средств, так и от распределения обрабатываемых командой данных. Кроме того, в [2] был исследован характер переходов между операторами алгоритма для внешнего наблюдателя, и показана его квазистохастичность. Поэтому при оценке временной сложности требуется привлечение теории случайных, в частности Марковских (а в более общем случае, полумарковских) процессов, крупный вклад в развитие которых внесли Ю. К. Беляев, Б. В. Гнеденко, Д. Р. Кокс, Д. Ллойд, В. Л. Смит, В. Харрис, А. М. Широков. Результаты их научных трудов легли в основу математического аппарата оценки временной сложности алгоритмов, однако особенности параллельной обработки выдвигают задачу дальнейшего развития существующей теории.

Методология моделирования собственно параллельных процессов заложена в трудах К. Петри, В. Рейзига, Дж. Питерсона, В. Е. Котова [4–8], где для исследования параллелизма применен аппарат сетей Петри. Ситуационный (причинно-следственный) характер связей между позициями и переходами сетей Петри [4] является предпосылкой для моделирования, во-первых, структур алгоритмов, а во-вторых - логики событий, происходящих в параллельных системах. Однако, являясь асинхронными по определению, модели указанного типа позволяют лишь ответить на вопросы о принципиальной достижимости состояний системы, соответствующих заданным требованиям, но спрогнозировать моменты наступления тех или иных состояний в физическом времени с помощью сетей Петри, в их классической интерпретации, невозможно.

Помимо РСП широкое распространение получило другое расширение классической теории сетей Петри – временные сети Петри. В указанную модель введены счетчики для контроля локального или глобального времени.

В ней также определены временные характеристики пребывания фишек в позициях, генерации/умирания фишек по истечении заданного времени и т.п. Наиболее популярными стали модели, в которых временные характеристики связаны с переходами, а именно дискретно-временная модель Рамхандани-Штарке [15] и непрерывно-временная модель Мерлина [6]. Попытки приспособить сети Петри для определения временных интервалов (time-extended Petri nets) предпринимались и рядом других авторов [7–14]. Однако даже в модифицированном варианте временные сети Петри не позволяют учитывать все многообразие взаимодействий в системах, что связано, в частности с ограниченностью логических условий продолжения процессов элементарной конъюнкцией.

В целом методология формирования моделей, ориентированных на оценку вычислительной сложности алгоритмов, реализуемых в параллельных вычислительных системах, должна учитывать следующие их особенности:

- определенная и специфичная для каждой параллельной системы стратегия использования ресурсов для обработки информации;
- динамический характер высвобождения/задействования вычислительных ресурсов в процессе решения конкретных задач;
- необходимость обмена данными (промежуточными результатами) между вычислительными модулями и связанная с этим явлением необходимостью синхронизации функционирования процессоров;
- наличие эффекта "соревнования" между параллельно функционирующими компонентами.

**Результаты.** Наиболее полно учет вышеприведенных особенностей может быть осуществлен в моделях, ниже называемые сетями Петри-Маркова (СПМ), в которых сочетаются аспекты, релевантные случайным процессам в модулях параллельной вычислительной системы, и аспекты, описывающие логику их взаимодействия. В моделях исследуемого типа на структуры, учитывающие параллелизм, накладываются стохастико-временные параметры полумарковских процессов в отдельных вычислительных модулях и логические условия взаимодействия.

Самый общий подход к заданию СПМ основан на построении системы множеств, их описывающих. Сеть Петри-Маркова называется структурно-параметрической моделью, заданная множеством:

$$\Psi = \{ \Pi, M \}, \tag{1}$$

где  $\Pi = \{ A, Z, \tilde{R}, \hat{R} \}$  – множество, описывающее структуру двудольного ориентированного графа, представляющего собой сеть Петри;  $A = \{ a_{1(a)}, \dots, a_{j(a)}, \dots, a_{J(a)} \}$  – конечное множество позиций;  $Z = \{ z_{1(z)}, \dots, z_{j(z)}, \dots, z_{J(z)} \}$  – конечное множество переходов;  $J(a)$  – мощность множества позиций;  $J(z)$  – мощность множества переходов;  $\tilde{R} = (\tilde{r}_{j(a)j(z)})$  – матрица смежности размером  $J(a) \times J(z)$ , отображающая множество позиций в множество переходов;  $\hat{R} = (\hat{r}_{j(z)j(a)})$  – матрица смежности размером  $J(z) \times J(a)$ , отображающая множество переходов в множество позиций;  $M = \{ \mathbf{q}, \mathbf{h}(t), A \}$  – параметры, накладываются на структуру  $\Pi$ , и определяющие временные, вероятностные и логические характеристики СПМ;  $\mathbf{q} = (q_{1(z)}, \dots, q_{j(z)}, \dots, q_{J(z)})$  – вектор, определяющий вероятность начала процесса в одном из переходов множества  $Z$ ;  $\mathbf{h}(t) = [h_{j(a)j(z)}(t)]$  – полумарковская матрица размером  $J(a) \times J(z)$ ;  $t$  – время;  $A = [\lambda_{j(z)j(a)}]$  – матрица логических условий размером  $J(a) \times J(z)$ ;  $I_A(Z) = \{ I_A(z_{1(z)}), \dots, I_A(z_{j(z)}), \dots, I_A(z_{J(z)}) \}$  и  $O_A(Z) = \{ O_A(z_{1(z)}), \dots, O_A(z_{j(z)}), \dots, O_A(z_{J(z)}) \}$  – соответственно входная и выходная функции переходов;

$$\tilde{r}_{j(a)j(z)} = \begin{cases} 1, & \text{если } a_{j(a)} \in I_A(z_{j(z)}) \\ 0, & \text{если } a_{j(a)} \notin I_A(z_{j(z)}) \end{cases}$$

$$\hat{r}_{j(z)j(a)} = \begin{cases} 1, & \text{если } a_{j(a)} \in O_A(z_{j(z)}) \\ 0, & \text{если } a_{j(a)} \notin O_A(z_{j(z)}) \end{cases}$$

$$\mathbf{h}(t) = \mathbf{p} \otimes \mathbf{f}(t) = [p_{j(a)j(z)}, f_{j(a)j(z)}(t)] = [h_{j(a)j(z)}(t)]; \tag{2}$$

$$\lambda_{j(z)j(a)} = \begin{cases} \lambda [I_A(z_{j(z)})], & \text{если } a_{j(a)} \in O_A(z_{j(z)}); \\ 0, & \text{если } a_{j(a)} \notin O_A(z_{j(z)}); \end{cases} \tag{3}$$

$\mathbf{p} = [p_{j(a)j(z)}]$  – матрица вероятностей переключений полумарковского процесса из позиции  $a_{j(a)}$  в смежный переход  $z_{j(z)}$ ;  $\mathbf{f}(t) = [f_{j(a)j(z)}(t)]$  – матрица плотностей распределения времени пребывания полумарковского процесса в позиции  $a_{j(a)}$  с последующим переключением в переход  $z_{j(z)}$ ;  $\otimes$  – знак прямого произведения матриц.

На вероятности и плотности распределения накладываются ограничения:

$$\sum_{j(z)=1}^{J(z)} q_{j(z)} = 1;$$

$$\sum_{j(z)=1(z)}^{J(z)} p_{j(a)j(z)} = 1;$$

$$\int_0^{\infty} f_{j(a),j(z)}(t) dt = 1.$$

При численном анализе процессов параллельных вычислительных системах могут быть заданы:  $\mathbf{p} = (p_{j(a)j(z)})$  – матрица вероятностей;  $\mathbf{T} = (T_{j(a)j(z)})$  – матрица математических ожиданий, определяемая в виде

$$\mathbf{T} = \int_0^{\infty} t \mathbf{f}(t) dt, \quad (4)$$

$\mathbf{D} = (D_{j(a)j(z)})$  – матрица дисперсий, определяемая в виде

$$\mathbf{D} = \int_0^{\infty} t^2 \mathbf{f}(t) dt - \mathbf{T} \otimes \mathbf{T}. \quad (5)$$

**Заключение.** Таким образом, разработан эффективный и достаточно несложный математический аппарат для моделирования параллельных вычислительных систем, ориентированный на оценку эффективных характеристик материалов, изготовленных с применением аддитивных технологий. В моделях наряду со структурными и временными аспектами их функционирования отражается логика взаимодействия компонентов параллельных вычислительных систем.

Финансирование: Работа выполнена в рамках Федеральной программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014-2020 годы» в ТГПУ им. Л. Н. (проект №14.577.21.0271, уникальный идентификатор проекта RFMEFI57717X0271).

#### ЛИТЕРАТУРА/ REFERENCES

1. B. Beizer, Micro-Analysis of Computer System Performance, John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, 1978.
2. D. Ferrari, Computer Systems Performance Evaluation, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1978.
3. Barbu, Vlad Stefan; Limnios, Nikolaos Semi-Markov chains and hidden semi-Markov models toward applications : their use in reliability and DNA analysis. New York: Springer, 2008
4. Котов, Вадим (1984). Сети Петри (Petri Nets, in Russian). Наука, Москва
5. Peterson, James Lyle (1981). Petri Net Theory and the Modeling of Systems. Prentice Hall.
6. Riemann, Robert-Christoph (1999). Modelling of Concurrent Systems: Structural and Semantical Methods in the High Level Petri Net Calculus. Herbert Utz Verlag.
7. W. Reisig, G. Rozenberg (Eds.), Lectures on Petri Nets I: Basic Models - Advances in Petri Nets, volume 1491 of Lecture Notes in Computer Science, Springer, 1998
8. W. Reisig, G. Rozenberg (Eds.), Lectures on Petri Nets II: Applications - Advances in Petri Nets, volume 1492 of Lecture Notes in Computer Science, Springer, 1998
9. Merlin P., Faber D.J. Recoverability of communication protocols // IEEE Trans. of Communication, 1976 - Vol. COM-24(9).
10. Balsamo S., Harrison P.G., Marin A. Methodological construction of product-form stochastic Petri nets for performance evaluation // Journal of Systems and Software. Elsevier Inc., 2012. Vol. 85, № 7. P. 1520–1539.
11. Choi H., Kulkarni V., Trivedi K. Markov regenerative stochastic Petri nets // Performance Evaluation. 1994. Vol. 5316, № 94. P. 337–357.
12. Felder M., Mandrioli D., Morzenti A. Proving Properties of Real-Time Systems Through Logical Specifications and Petri Net Models // IEEE Transactions on Software Engineering. 1994. Vol. 20, № 2.
13. Garg S., Puliafito A., Trivedi K.S. Analysis of Software Rejuvenation using Markov Regenerative Stochastic Petri Net // In Proc. of the Sixth Intl. Symposium on Software Reliability Engineering. Toulouse, France, 1995. P. 180–187.
14. Viswanadham N., Narahari Y., Johnson T.L. Deadlock Prevention and Deadlock Avoidance in Flexible Manufacturing Systems Using Petri Net Models // IEEE Transactions on Robotics. 1990. Vol. 6, № 6.
15. Kristensen L.M., Jørgensen J.B., Jensen K. Application of coloured petri nets in system development // Lectures on Concurrency and Petri Nets. Springer, 2004. P. 19–27.
16. S. Ramaswamy and K. P. Valavanis "Hierarchical Time-Extended Petri Nets (H-EPN) Based Error Identification and Recovery for Hierarchical System", IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics- Part B: Cybernetics, vol. 26, no. 1, pp.164 -175 1996
17. J. L. Pinto de Sa and J. P. Sucena Paiva "A Multitasking Software Architecture to Implement Concurrent Switching Sequences Designed with Petri Nets", IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 6, no. 3, pp.1058 -1064 1991

18. Ramchandani C. Analysis of asynchronous concurrent systems by timed Petri nets // PhD Thesis. - Cambridge, Mass.: MIT, Dept. Electrical Engineering, 1974.

#### ОБ АВТОРАХ

**Привалов Александр Николаевич**, доктор технических наук, профессор, Профессор кафедры информатики и информационных технологий ФГБОУ ВО «Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого», +79202750471 privalov.61@mail.ru

**Privalov Aleksandr Nicolaevich**, Doctor of Technical Science, Professor, Professor of the Department of Informatics and Information Technologies, Tula State Pedagogical University, privalov.61@mail.ru, Russia, Tula

**Богатырева Юлия Игоревна**, доктор педагогических наук, доцент, Заведующий кафедрой информатики и информационных технологий ФГБОУ ВО «Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого», +79202767176, bogatirevadj@yandex.ru

**Bogatyryova Yulia Igorevna**, Doctor of Pedagogical Science, Associate Professor, Head of the Department of Informatics and Information Technologies, Tula State Pedagogical University bogatirevadj@yandex.ru, Russia, Tula

Дата поступления в редакцию 27.11. 2019