

М. М. Асадулаги [M. M. Asadulagi]
И. М. Першин [I. M. Pershin]

УДК 519.6, 519.71

**СПОСОБЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ
ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

**WAYS OF MODELING DISTRIBUTED SYSTEMS
WITH RANDOM EFFECTS**

В работе рассмотрены способы моделирования распределенных систем управления при случайных воздействиях с использованием прикладного программного обеспечения. Найдены вероятностные характеристики случайного сигнала на выходе системы. Статья представляет перспективы дальнейшего исследования более сложных систем с распределенными параметрами при случайных входных сигналах.

The paper describes the ways of modeling distributed control systems with random effects using the application software. Probability characteristics of the random signal at the output of the system have found. The article presents the prospects for further studies of more complex systems with distributed parameters under random input signals.

Ключевые слова: моделирование, случайное воздействие, распределенная система.

Key words: modeling, random effects, distributed system.

В классической теории управления зачастую предполагается, что модель среды на входе системы может быть представлена известными детерминированными функциями времени: задающими и возмущающими воздействиями [1–3]. Однако на практике часто встречаются воздействия со случайным (стохастическим) характером изменения [4–6], вызывающие в системе появление случайных сигналов. Исследовать влияние таких воздействий на системы с распределенными параметрами следует путем математического моделирования. В данной работе были рассмотрены разные пути моделирования таких систем.

Пусть процесс теплопроводности для физического тела описывается уравнением вида [7]:

$$\frac{\partial T(z, \tau)}{\partial \tau} = a \cdot \frac{\partial^2 T(z, \tau)}{\partial z^2} \tag{1}$$

при $0 < z < l, \tau > 0$;

где T – температура; $a = 0,5$ – коэффициент теплопроводности среды; $l = 1$ – длина тела; τ – время, z – пространственная координата.

Используемые параметры заданы в системе СИ.

Предполагается, что начальное условие (рис. 1) задается функцией

$$T(z, 0) = z - z^2 \tag{2}$$

при $0 < z < l$.

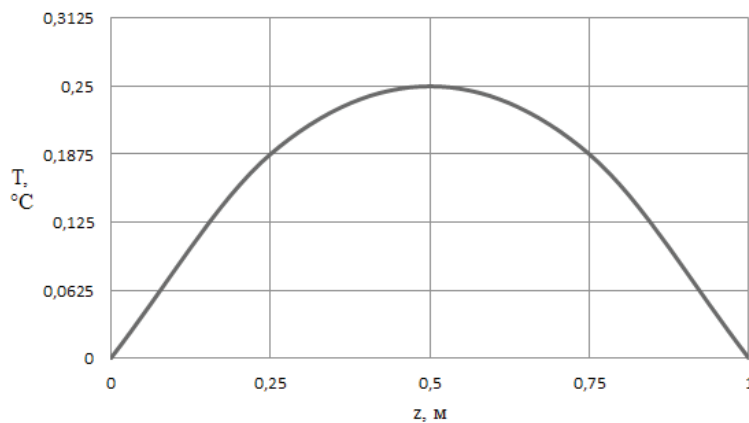


Рис. 1. Начальное распределение

Условия на границах тела:

$$T(0, \tau) = 5 + f(\tau) - \text{входное воздействие}, \tag{3}$$

$$T(l, \tau) = 0 \tag{4}$$

при $\tau > 0$;

где $f(\tau)$ – случайное воздействие или шум.

Следующим шагом разработки математической модели является описание объекта в дискретном виде [8], для этого частные производные заменим конечными разностями, а пространственную и временную координаты заменим их дискретными аналогами.

Тогда уравнение (1) примет вид:

$$\frac{T_{i,\eta} - T_{i,\eta-1}}{\Delta t} = a \cdot \frac{T_{i-1,\eta} - 2 \cdot T_{i,\eta} + T_{i+1,\eta}}{\Delta z^2} \tag{5}$$

при $1 \leq i \leq Nz - 1, 0 \leq \eta \leq N\eta$.

Начальное распределение температуры:

$$T(i,0) = i \cdot \Delta z - (i \cdot \Delta z)^2 \tag{6}$$

при $1 \leq i \leq Nz - 1$.

Граничные условия в дискретном виде:

$$T(0, \eta) = 5 + f(\eta), \tag{7}$$

$$T(Nz, \eta) = 0 \tag{8}$$

при $0 \leq \eta \leq N\eta$.

$\Delta z = 0,25$ – шаг по координатной оси.

Решить описанное дифференциальное уравнение на основе полученной дискретной модели можно различными способами при использовании прикладных программных обеспечений.

Первый способ реализуется в среде моделирования Matlab/Simulink [9]. Моделирование заключается в составлении структурной схемы из соответствующих блоков (рис. 2): Gain=Gain1=Gain2=Gain6=Gain7=Gain8= $a/\Delta z^2$, Gain3=Gain4=Gain5= $2a/\Delta z^2$, на интеграторах задано начальное распределение (6), температура на границах задается блоками Constant и Constant1, в качестве случайного воздействия используется нормально распределенный сигнал с математическим ожиданием mean = 0,5 и дисперсией variance = 0,1.

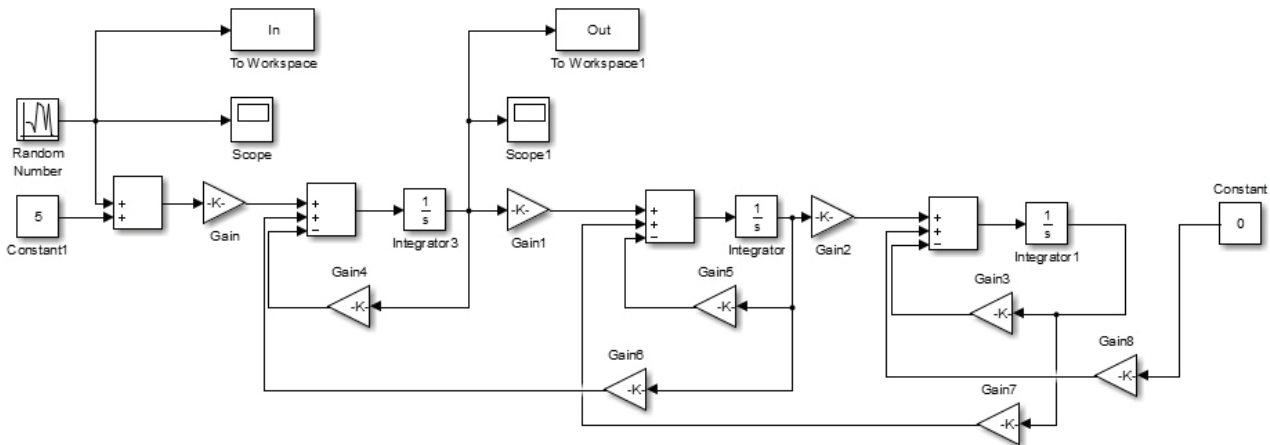


Рис. 2. Реализация модели теплового процесса в Simulink

Блоки Scope и Workspace служат для вывода графиков случайного сигнала на входе и выходе системы. В результате моделирования получен график процесса в точке $z = 0.25$ (рис. 3).

Второй способ моделирования процесса заключается в использовании разработанного программного кода на основе дискретной модели (5–8) с помощью языка программирования Delphi и последующего применения Matlab/Simulink.

При помощи разработанного программного обеспечения проведено моделирование теплового процесса в рассматриваемом теле, но без учёта случайного воздействия (рис. 4).

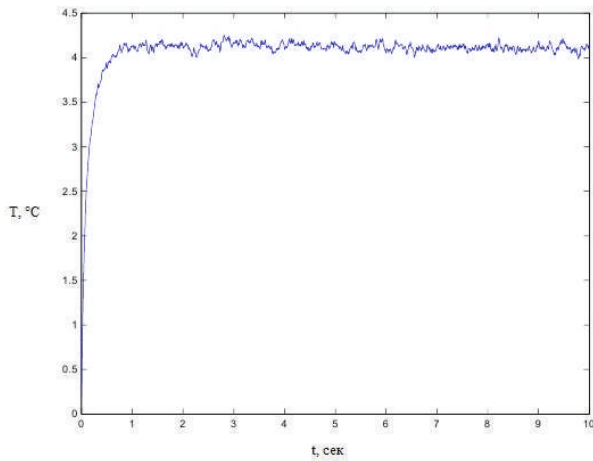


Рис. 3. График выходного сигнала в точке $z = 0,25$

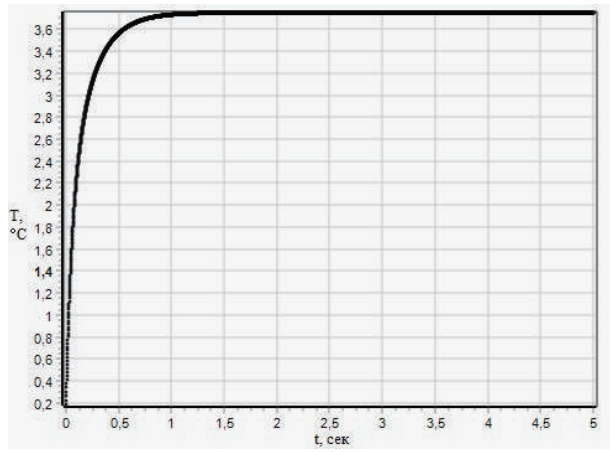


Рис. 4. График переходного процесса в точке $z = 0,25$ в Delphi

Для того чтобы подключить на вход (7) случайное воздействие, переходный процесс аппроксимируется передаточной функцией вида [10]:

$$W(s) = \frac{K}{T \cdot s + 1} \cdot e^{-\tau \cdot s}, \quad (9)$$

где s – оператор Лапласа, K – коэффициент усиления, T – время регулирования, τ – время запаздывания. В нашем случае $K = 0,75$, $T = 0,117$ с, $\tau = 0$ с.

Используя передаточную функцию, система со случайным воздействием легко моделируется в Simulink (рис. 5).

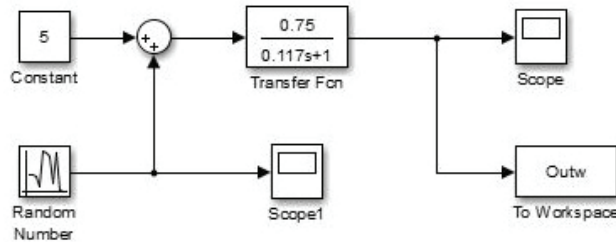


Рис. 5. Реализация модели в Simulink с использованием аппроксимирующей передаточной функции

В результате моделирования был получен график теплового процесса (рис. 6). Сравнив графики случайных сигналов на выходе (рис. 3 и 6), можно заключить, что второй способ моделирования отвечает качеству модели, полученной первым способом.

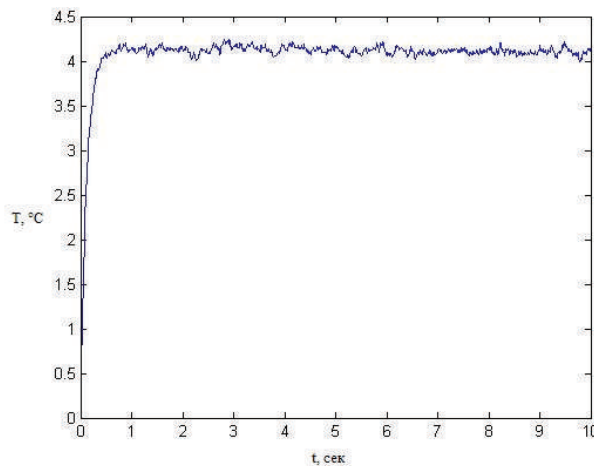


Рис. 6. График выходного сигнала в точке $z = 0,25$ модели на основе аппроксимирующей функции

Полученные модели системы управления при случайных воздействиях позволяют проанализировать случайный сигнал на выходе с помощью встроенных функций Matlab и получить статистические характеристики сигнала.

Так как переходный процесс длится 1.25 с (рис. 3, 4 и 6), то для анализа выходного сигнала без влияния переходного процесса требуется рассматривать сигнал с 2.5 с, то есть для достоверности информации берется двукратный запас по времени. В данном случае сигнал рассматривался от 3 до 50 с (рис. 7 и 8).

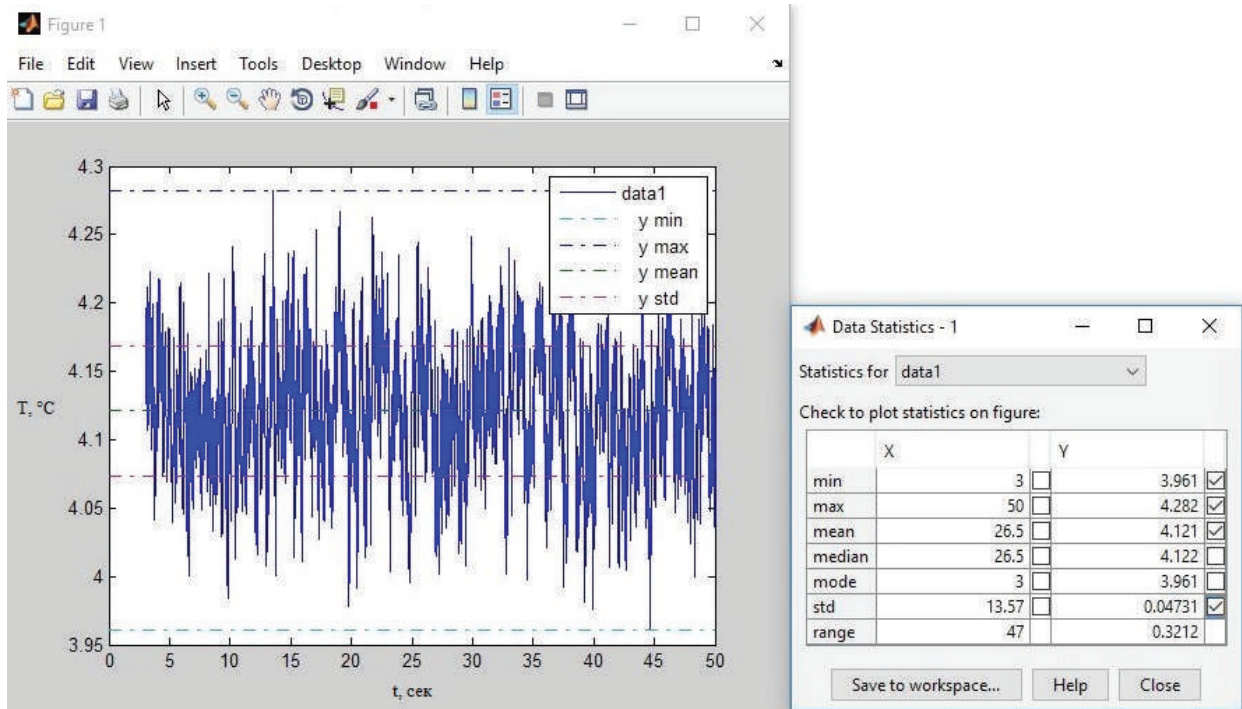


Рис. 7. Окна среды Matlab с графиком выходного сигнала и его характеристики при I способе моделирования

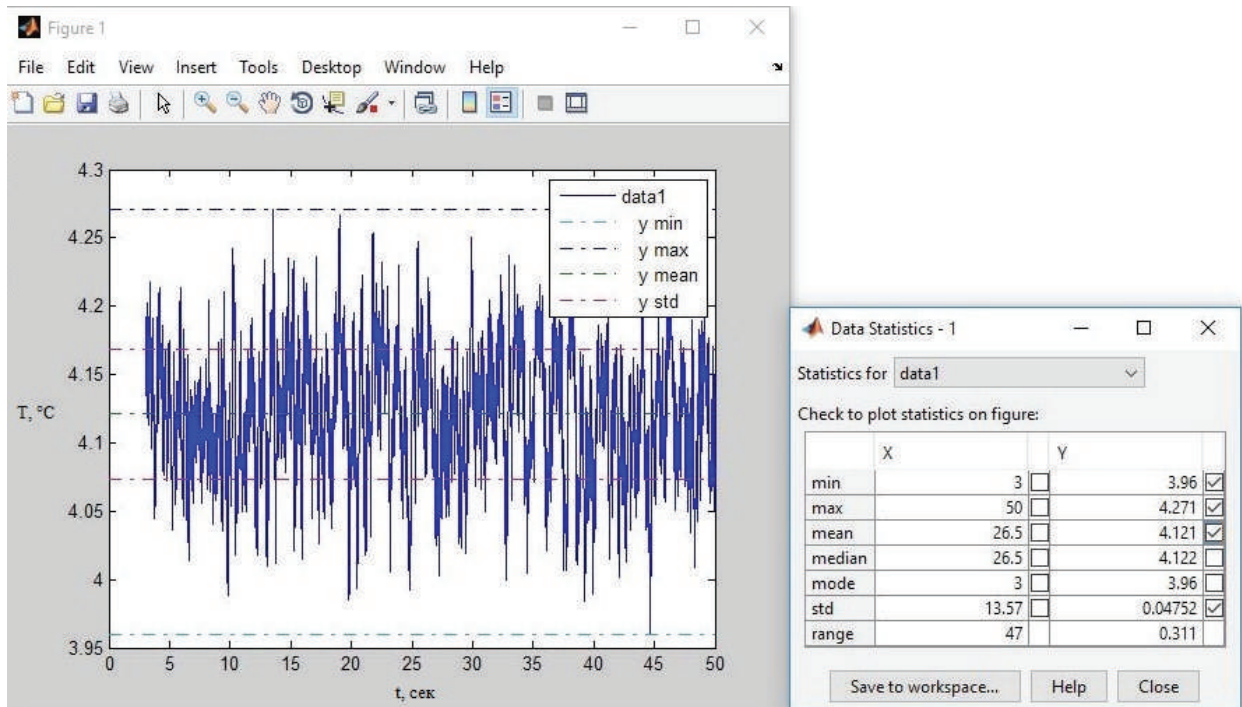


Рис. 8. Окна среды Matlab с графиком выходного сигнала и его характеристики при II способе моделирования

Полученные характеристики случайных сигналов на выходе систем (рис. 7 и 8): минимальное, максимальное и среднее значения, медиана и мода, стандартное отклонение и ранг. Основным параметром, характеризующим случайный процесс, среди них является стандартное отклонение (std).

I способ моделирования: $\text{std} = 0,04731$;

II способ моделирования: $\text{std} = 0,04752$.

Как видно из анализа выходных сигналов двух моделей одной и той же системы характеристики сигналов несколько отличаются в силу погрешности при нахождении параметров КиТ аппроксимирующей передаточной функции при II способе моделирования.

В ходе исследования были разработаны два способа моделирования распределенных систем при случайных воздействиях на основе дискретных аналогов дифференциальных уравнений, позволяющие анализировать случайный сигнал на выходе системы. Первый способ подходит для простых систем, так как требует описание каждой точки дискретной модели объекта с помощью структурных блоков библиотеки Simulink среды Matlab, что затрудняет описание объектов содержащих большое число точек. Для таких сложных систем [10–13] подходит второй способ моделирования, при котором расчёт процесса в каждой точке происходит за счёт разработанного программного кода в Delphi и значительно упрощает описание объекта, а применение среды Matlab/Simulink в этом случае требуется для подключения случайного сигнала в систему и последующего анализа сигнала на выходе.

Данная работа предоставляет перспективы в дальнейшем изучении объектов с распределенными параметрами при случайных воздействиях, таких как системы управления температурным полем печи, гидротермическими процессами, передачи информации и другие [14–17].

ЛИТЕРАТУРА

1. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования, изд. 4-е. СПб: Профессия, 2003. 752 с.
2. Михайлов В. С. Теория управления. К.: Выща шк. Головное изд-во, 1988. 312 с.
3. Воронов А. А., Ким Д. П. и др. Теория автоматического управления. Часть 1. Теория линейных систем автоматического управления. М.: Высшая школа, 1986. 368 с.
4. Острем К. Введение в стохастическую теорию управления. М.: Мир, 1973. 324 с.
5. Евланов Л. Г., Константинов В. М. Системы со случайными параметрами. М.: Наука, 1976. 568 с.
6. Душин С. Е. Теория автоматического управления: учеб. для вузов / Душин С. Е., Зотов Н. С., Имаев Д. Х. и др. М.: Высш. шк., 2005. 567 с.
7. Душин С. Е. Моделирование систем и комплексов / С. Е. Душин, А. В. Красов, Ю. В. Литвинов. СПб: СПбГУ ИТМО, 2010. 177 с.
8. Лыков В. А. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
9. Щербakov В. С. Основы моделирования систем автоматического регулирования и электротехнических систем в среде Matlab и Simulink: учебное пособие / В. С. Щербakov, А. А. Руппель, В. А. Глушеч. Омск: СибАДИ, 2003. 160 с.
10. Першин И. М. Синтез систем с распределенными параметрами. Пятигорск: Изд-во «РИО КМВ», 2002. 212 с.
11. Першин И. М. Синтез систем с распределенными параметрами // Мехатроника, автоматизация, управление. 2005. № 6. С. 2-10.
12. Першин И. М. Частотный метод синтеза распределенных систем, характеризуемых уравнениями параболического типа // Известия высших учебных заведений. Серия «Приборостроение», 1991. т. XXXIV. № 8. С. 55-60.
13. Першин И. М. Анализ и синтез систем с распределенными параметрами. Пятигорск: РИО-КМВ, 2007. 243 с.
14. Першин И. М., Дубогрей В. Ф., Малков А. В. Управление режимами эксплуатации Кисловодского месторождения минеральных углекислых вод // Техногенные процессы в гидротермосфере (идентификация, диагностика, прогноз, управление). Сборник докладов национального научного форума «НАРЗАН - 2011». Пятигорск, РИА-КМВ 2011. С. 175-193.
15. Малков А. В., Першин И. М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир, 2012. 476 с.
16. Малков А. В. Кисловодское месторождение углекислых минеральных вод: системный анализ, диагностика, прогноз, управление / А. В. Малков, И. М. Першин, И. С. Помеляйко и др. М.: Наука, 2015. 283 с.
17. Першин И. М. Распределенные системы обработки информации. Пятигорск: РИА-КМВ, 2008. 148 с.

REFERENCES

1. Besekerskiy V. A., Popov E. P. Teoriya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya, izd. 4-e. SPb: Professiya, 2003. 752 s.
2. Mikhaylov V. S. Teoriya upravleniya. K.: Vyshcha shk. Golovnoe izd-vo, 1988. 312 s.
3. Voronov A. A., Kim D. P. i dr. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Chast' 1. Teoriya lineynykh sistem avtomaticheskogo upravleniya. M.: Vysshaya shkola, 1986. 368 s.
4. Ostrem K. Vvedenie v stokhasticheskuyu teoriyu upravleniya. M.: Mir, 1973. 324 s.
5. Evlanov L. G., Konstantinov V. M. Sistemy so sluchaynymi parametrami. M.: Nauka, 1976. 568 s.
6. Dushin S. E. Teoriya avtomaticheskogo upravleniya: ucheb. dlya vuzov / Dushin S. E., Zotov N. S., Imaev D. Kh. i dr. M.: Vyssh. shk., 2005. 567 s.
7. Dushin S. E. Modelirovanie sistem i kompleksov / S. E. Dushin, A. V. Krasov, Yu. V. Litvinov. SPb: SPbGU ITMO, 2010. 177 s.
8. Lykov V. A. Teoriya teploprovodnosti. M.: Vysshaya shkola, 1967. 600 s.
9. Shcherbakov V. S. Osnovy modelirovaniya sistem avtomaticheskogo regulirovaniya i elektrotekhnicheskikh sistem v srede Matlab i Simulink: uchebnoe posobie / V. S. Shcherbakov, A. A. Ruppel', V. A. Glushets. Omsk: SibADI, 2003. 160 s.
10. Pershin I. M. Sintez sistem s raspredelennymi parametrami. Pyatigorsk: Izd-vo «RIO KMV», 2002. 212 s.
11. Pershin I. M. Sintez sistem s raspredelennymi parametrami // Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie. 2005. № 6. S. 2-10.
12. Pershin I. M. Chastotnyy metod sinteza raspredelennykh sistem, kharakterizuemykh uravneniyami parabolicheskogo tipa // Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Seriya «Priborostroenie», 1991. t. XXXIV. № 8. S. 55-60.
13. Pershin I. M. Analiz i sintez sistem s raspredelennymi parametrami. Pyatigorsk: RIO-KMV, 2007. 243 s.

14. Pershin I. M., Dubogrey V. F., Malkov A. V. Upravlenie rezhimami ekspluatatsii Kislovodskogo mestorozhdeniya mineral'nykh uglekislykh vod // Tekhnogennyye protsessy v gidrolitosfere (identifikatsiya, diagnostika, prognoz, upravlenie). Sbornik dokladov natsional'nogo nauchnogo foruma «NARZAN-2011». Pyatigorsk, RIA-KMV 2011 S. 175-193.
15. Malkov A. V., Pershin I. M. Sistemy s raspredelennymi parametrami. Analiz i sintez. M.: Nauchnyy mir, 2012. 476 s.
16. Malkov A. V. Kislovodskoe mestorozhdenie uglekislykh mineral'nykh vod: sistemnyy analiz, diagnostika, prognoz, upravlenie / A. V. Malkov, I. M. Pershin, I. S. Pomelyayko i dr. M.: Nauka, 2015. 283 s.
17. Pershin I. M. Raspredelennyye sistemy obrabotki informatsii. Pyatigorsk: RIA-KMV, 2008. 148 s.

ОБ АВТОРАХ

Асадулаги Мир-Амаль Миррашидович, магистрант кафедры «Системный анализ и управление», Санкт-Петербургский горный университет, 21 линия В.О., 2, г. Санкт-Петербург, 199106, РФ, dwiththowards@mail.ru, +79818276561

Asadulagi Mir-Amal Mirrashidovich, undergraduate student of department «System Analysis and Controlling», St. Petersburg Mining University, 21st Line, 2, St. Petersburg, 199106, RF, dwiththowards@mail.ru, +79818276561

Першин Иван Митрофанович, доктор тех.наук, профессор, заведующий кафедрой «Управление в технических системах», Институт сервиса, туризма и дизайна (филиал) «Северо-Кавказский федеральный университет», ул. Ермолова, 46, г. Пятигорск, Ставропольский край, 357500, РФ, ivmp@yandex.ru, +79187903619

Pershin Ivan Mitrofanovich, Doc. of Tech. Sc., Prof., Head of department «Controlling in Technical Systems», Institute of Service, Tourism and Design (branch) «North-Caucasus Federal University», Ermolova Street, 46, Pyatigorsk, Stavropol Region, 357500, RF, ivmp@yandex.ru, +79187903619

СПОСОБЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

М. М. Асадулаги, И. М. Першин

В работе рассмотрены способы моделирования распределенных систем управления при случайных воздействиях с использованием прикладного программного обеспечения. В качестве примера рассматривалась математическая модель теплопроводности объекта в виде системы дифференциальных уравнений в частных производных, решаемых методом конечных разностей по явной схеме. Приведено сравнение моделей разработанных с использованием сред Matlab/Simulink и Delphi. Найдены вероятностные характеристики случайного сигнала на выходе системы. Статья представляет перспективы дальнейшего исследования более сложных систем с распределенными параметрами при случайных входных сигналах.

WAYS OF MODELING DISTRIBUTED SYSTEMS WITH RANDOM EFFECTS

M. M. Asadulagi, I. M. Pershin

The paper describes the ways of modeling distributed control systems with random effects using the application software. As an example, consider a mathematical model of thermal conductivity of the object in the form of a system of differential equations in partial derivatives that can be solved by the explicit scheme of finite difference method. The comparison of the models developed using Matlab/Simulink and Delphi environments. Probability characteristics of the random signal at the output of the system have found. The article presents the prospects for further studies of more complex systems with distributed parameters under random input signals.